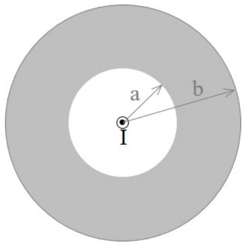
Devoir maison (2) : Milieux magnétiques
Envoyer d'ici le 15 avril par mail aux enseignants de TD les scans ou photos de votre copie. Travail en équipe possible, indiquer dans ce cas le nom de tous les participants

1. Extrait de l'examen de 2018 : milieux aimantés

On utilise le système de coordonnées cylindriques (r, φ, z), dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\varphi, \vec{u}_z)$, telle que $\vec{r} = r\vec{u}_r + z\vec{u}_z$. Un fil rectiligne infini, parcouru par un courant I, est placé sur l'axe d'une cavité cylindrique vide de rayon a, creusée dans un cylindre infiniment long de rayon externe b. Le cylindre est constitué d'un milieu magnétique LHI de susceptibilité magnétique χ_m.



1. Identifiez toutes les invariances et symétries du problème. Déduisez que le champ magnétique $\vec{H}$ ne dépend que d'une seule coordonnée. Par quel vecteur unitaire est-il porté ?
2. Écrivez la forme intégrale du théorème d'Ampère pour l'induction magnétique $\vec{B}$. Déduisez l'expression correspondante pour $\vec{H}$. En choisissant un contour approprié (le donner), montrez que $H = \frac{I}{2\pi r}$ pour $r < a$.
3. Quelles sont les conditions de passage pour $\vec{H}$ en $r = a$ et $r = b$? En déduire, à l'aide du théorème d'Ampère, les expressions de $\vec{H}$ pour $a < r < b$ et $r > b$. Donnez les expressions de l'aimantation $\vec{M}$ pour $r < a$, $a < r < b$ et $r > b$ en terme de I, r, χ_m (selon les régions) et d'un vecteur unitaire.
4. Donnez les expressions de l'induction magnétique $\vec{B}$ pour $r < a$, $a < r < b$ et $r > b$ en terme de μ_0, I, r, χ_m (selon les régions) et d'un vecteur unitaire.
5. On donne $\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{u}_\varphi}{r} = \vec{0}$, $\forall r \neq 0$. Que vaut la densité volumique $\vec{j}_v$ de courants ampériens en tout point de l'espace ?
6. Rappelez l' expression de la densité surfacique $\vec{j}_S$ de courants ampériens en $r = a$ et $r = b$. L'exprimer en terme de $\vec{M}$ et des vecteurs unitaires appropriés. Représentez sur un schéma le parcours de $\vec{j}_S$.
7. Déterminez les expressions de $\Delta\vec{B}(r) = \vec{B}(r) - \vec{B}_0(r)$ pour $r < a$, $a < r < b$, $r > b$. $\vec{B}_0(r)$ est l'induction magnétique en r créée dans le vide par un fil rectiligne infini parcouru par un courant I circulant suivant $+\vec{u}_z$.
8. Si l'on calculait l'induction magnétique due aux courants $\vec{j}_S$ de la question **6)**, que trouverait-on (justifiez sans calcul) ?

2. Précession d'un moment magnétique

On rappelle qu'un moment magnétique rigide $\vec{\mu}$ soumit à un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ subit un couple :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}$$

1. Dans le cas du modèle classique de l'électron, justifier que le moment cinétique orbital $\vec{L}$ est proportionnel au moment magnétique $\vec{\mu}$.

2. A l'aide du théorème du moment cinétique, en déduire l'équation différentielle vérifiée par $\vec{\mu}$ au cours du temps en présence d'un champ extérieur $\vec{B}$.

   On suppose qu'initialement $\vec{\mu}(t=0)$ n'est pas colinéaire à $\vec{B}$, avec lequel il forme un angle θ_0.

3. Démontrer qu'au cours du mouvement $\|\vec{\mu}\|$ reste constant, ainsi que l'angle formé entre $\vec{\mu}$ et $\vec{B}$. En déduire la nature du mouvement décrit par l'orbite de l'électron et retrouver la pulsation de Larmor.