

**TD : TZ et Filtrage**

## TABLE DES MATIÈRES

Étude d'un filtre donné par sa fonction de transfert en $z$	1
Étude d'un filtre intégrateur à temps discret	1
Étude d'un filtre donné par une équation aux différences	2

**Exercice 1.** — *Étude d'un filtre donné par sa fonction de transfert en  $z$ .*

On considère le filtre dont le transfert en  $z$  est :

$$H(z) = \frac{z^2 - z - 36}{z^2 - z - 6}$$

- (1) Calculez la transformée en  $z$  inverse  $\{h_n\}_n$  de  $H$ . On distinguera tous les cas possibles selon la région de convergence considérée.
- (2) Donnez, dans chaque cas, la condition de stabilité de  $H$ . Dans les cas stables, donnez la transformée de Fourier  $\hat{h}$  de  $\{h_n\}_n$ . Donnez aussi le module au carré de  $\hat{h}$ .

**Exercice 2.** — *Étude d'un filtre intégrateur à temps discret.*

On considère le filtre  $\mathcal{F}$  défini par la relation entrée-sortie suivante ( $e$  est l'entrée et  $s$  la sortie) :

$$s[n] = \frac{1}{2}(e[n] + e[n - 1]), \forall n \in \mathbb{Z}.$$

- (1)  $\mathcal{F}$  est-il linéaire, invariant, causal ? Argumentez brièvement.
- (2) Déterminez sa réponse impulsionnelle. Le filtre est-il stable ?
- (3) Déterminez et représentez  $H(\nu)$  le gain en fréquence. Le filtre est-il passe haut, passe bas, passe bande ?

- (4) Calculez la sortie de  $\mathcal{F}$  lorsqu'il est attaqué par le signal :

$$e[n] = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0, 1, \dots, N-1, N \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

- (5) On attaque maintenant le filtre  $\mathcal{F}$  par un signal monochromatique à la fréquence  $\nu_0$  et d'amplitude  $a_0 \in \mathbb{C}$ , c'est-à-dire  $e[n] = a_0 e^{2i\pi\nu_0 n}$ ,  $n \in \mathbb{Z}$ . Quelle est la sortie du filtre? Quelle est la fréquence en sortie du filtre? Commentez.

**Exercice 3.** — *Étude d'un filtre donné par une équation aux différences.*

On considère le filtre causal défini par la relation d'entrée-sortie suivante :

$$s_n = 2s_{n-1} + 4e_n + 3e_{n-1}, \forall n \in \mathbb{Z},$$

où  $e_n$  est l'entrée et  $s_n$  la sortie.

- (1) Déterminez  $H(z)$  la fonction de transfert en  $z$  de ce filtre.
- (2) Déduisez-en  $h_n$  sa réponse impulsionnelle.
- (3) Déterminez la réponse en fréquence  $\hat{h}(\nu)$ .
- (4) Étudiez la stabilité du filtre.