TD : TZ et Filtrage

TABLE DES MATIÈRES

Exercice 1. — *Étude d'un filtre donné par sa fonction de transfert en z.*

On considère le filtre dont le transfert en z est :

$$H(z) = \frac{z^2 - z - 36}{z^2 - z - 6}$$

(1) Calculez la transformée en z inverse $\{h_n\}_n$ de H. On distinguera tous les cas possibles selon la région de convergence considérée.

(2) Donnez, dans chaque cas, la condition de stabilité de H. Dans les cas stables, donnez la transformée de Fourier $\hat{h}$ de $\{h_n\}_n$. Donnez aussi le module au carré de $\hat{h}$.

Exercice 2. — *Étude d'un filtre intégrateur à temps discret.*

On considère le filtre $\mathcal{F}$ défini par la relation entrée-sortie suivante (e est l'entrée et s la sortie) :

$$s[n] = \frac{1}{2}(e[n] + e[n-1]) \ , \forall n \in \mathbb{Z} \ .$$

(1) $\mathcal{F}$ est-il linéaire, invariant, causal ? Argumentez brièvement.

(2) Déterminez sa réponse impulsionnelle. Le filtre est-il stable ?

(3) Déterminez et représentez $H(\nu)$ le gain en fréquence. Le filtre est-il passe haut, passe bas, passe bande ?

(4) Calculez la sortie de $\mathcal{F}$ lorsqu'il est attaqué par le signal :

$$e[n] = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad n = 0, 1, \dots, N-1, N \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

(5) On attaque maintenant le filtre $\mathcal{F}$ par un signal monochromatique à la fréquence ν_0 et d'amplitude $a_0 \in \mathbb{C}$, c'est-à-dire $e[n] = a_0 e^{2i\pi\nu_0 n}$, $n \in \mathbb{Z}$. Quelle est la sortie du filtre ? Quelle est la fréquence en sortie du filtre ? Commentez.

Exercice 3. — *Étude d'un filtre donné par une équation aux différences.*

On considère le filtre causal défini par la relation d'entrée-sortie suivante :

$$s[n] = 2s[n-1] + 4e[n] + 3e[n-1] \,, \forall n \in \mathbb{Z} \,,$$

où $e[n]$ est l'entrée et $s[n]$ la sortie.

(1) Déterminez $H(z)$ la fonction de transfert en z de ce filtre.

(2) Déduisez-en $h[n]$ sa réponse impulsionnelle.

(3) Étudiez la stabilité du filtre

(4) Déterminez, si elle existe, la réponse en fréquence $\hat{h}(\nu)$.