

EXAMEN DE PROBABILITÉS

TABLE DES MATIÈRES

2 dés.....	1
Corrections typographiques.....	1
Stratégie de révision.....	2
Fabrique de chaussette.....	2

Seul le poly de cours "peu annoté" EST AUTORISÉS

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 HEURES

Exercice 1. — 2 dés.

On jette deux dés à 6 faces non pipés.

- (1) Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une fois 6 ?
- (2) Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois 6 ?
- (3) Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 4 ?
- (4) Les événements "la somme des chiffres est impaire" et "l'un au moins vaut 1" sont-ils indépendants ?
- (5) On considère les événements $A =$ "le premier résultat est pair", $B =$ "le deuxième résultat est impair", et $C =$ "Les deux résultats ont la même parité". Les événements A , B et C sont-ils indépendants deux-à-deux ? Les événements sont dits indépendants dans leur ensemble s'ils sont indépendants deux-à-deux, et de plus $P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$. Les événements sont-ils indépendants dans leur ensemble ?
- (6) Quelle est la loi du maximum des deux chiffres ? Quelle est son espérance ?
- (7) Quelle est la probabilité d'obtenir quatre comme somme des chiffres ?

- (8) Quelle est la probabilité qu'au moins une fois lors de dix jets successifs des deux dés, la somme des points soit égale à 4 ?

Exercice 2. — *Corrections typographiques.*

Un texte imprimé comporte k erreurs typographiques. Lors de la relecture une erreur a une probabilité $p = \frac{2}{3}$ d'être détectée par un correcteur. On suppose qu'il y a indépendance entre la détection des différentes erreurs.

- (1) Quelle est la loi du nombre d'erreurs non détectées ? Quelle est son espérance ? Quelle est la probabilité qu'il ne reste aucune erreur ?
- (2) Mêmes questions si le texte est soumis à deux relectures indépendantes.
- (3) Supposons que le texte comporte dix erreurs. Combien faut-il faire de relectures pour que la probabilité qu'il ne reste aucune erreur soit supérieure à 90% ?
- (4) On suppose que le nombre d'erreurs est dans $\{1, \dots, 10\}$, avec une probabilité uniforme. Combien faut-il faire de relectures pour que la probabilité qu'il ne reste aucune erreur soit supérieure à 90% ?

Exercice 3. — *Stratégie de révision.*

L'oral d'un concours comporte au total 100 sujets ; les candidats tirent au sort trois sujets et choisissent alors le sujet traité parmi ces trois sujets. Un candidat se présente en ayant révisé 60 sujets sur les 100.

- (1) Quelle est la probabilité pour que le candidat ait révisé :
 - (a) les trois sujets tirés ;

(b) exactement deux sujets sur les trois sujets ;

(c) aucun des trois sujets ;

$$P(S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 0) = (40/100)^3 = 6\%$$

(d) au moins un sujet.

$$1 - P(S_1 = 0, S_2 = 0, S_3 = 0) = 94\%$$

- (2) Soit X la variable aléatoire qui représente le nombre de sujets révisés parmi les trois tirés.
 - (a) donner la loi de X
 - (b) quelle est son espérance ?

Exercice 4. — *Fabrique de chaussette.*

Une entreprise fait fabriquer des paires de chaussettes auprès de trois fournisseurs F_1 , F_2 et F_3 . Dans l'entreprise, toutes les paires de chaussettes sont regroupées dans un stock unique. La moitié des paires de chaussettes est fabriquée par le fournisseur F_1 , le tiers par le fournisseur F_2 et le reste par le fournisseur F_3 . Une étude statistique a montré que :

— 5% des paires de chaussettes fabriquées par le fournisseur F_1 ont un défaut ;

- 1,5% des paires de chaussettes fabriquées par le fournisseur F_2 ont un défaut ;
 - Sur l'ensemble du stock, 3,5% des paires de chaussettes ont un défaut.
- (1) On prélève au hasard une paire de chaussettes dans le stock de l'entreprise. On considère les événements suivants :
- F_1 : La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_1 .
 - F_2 : La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_2 .
 - F_3 : La paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_3 .
 - D : La paire de chaussettes prélevée présente un défaut.
- (a) Donner (sans calcul!) les probabilités des événements F_1 , F_2 , F_3 , D , $D|F_1$ et $D|F_2$
- (b) Calculer la probabilité qu'une paire de chaussettes prélevée soit fabriquée par le fournisseur F_1 et présente un défaut.
- (c) Calculer la probabilité de l'évènement $F_2 \cap D$
- (d) En déduire la probabilité de l'évènement $F_3 \cap D$
- (e) Sachant que la paire de chaussettes prélevée est fabriquée par le fournisseur F_3 , quelle est la probabilité qu'elle présente un défaut ?
- (2) L'entreprise conditionne les paires de chaussettes par lots de six paires. On considère que le stock est suffisamment grand pour assimiler le choix des six paires de chaussettes à des tirages indépendants, successifs avec remise.
- (a) Calculer la probabilité que deux paires de chaussettes exactement d'un lot présentent un défaut
- (b) Calculer la probabilité qu'au plus une paire de chaussettes d'un lot présente un défaut.