

La difficile naissance de la mécanique quantique, de Kirchhoff à Einstein



Gilles Montambaux
Laboratoire de Physique des Solides
Université Paris-Saclay

FFJ, 6 octobre 2022



citations erronées

~~En 1892, Lord Kelvin écrit : « La physique est définitivement constituée dans ses concepts fondamentaux ; tout ce qu'elle peut désormais apporter, c'est la détermination précise de quelques décimales supplémentaires. Il y a bien deux petits problèmes : celui du résultat négatif de l'expérience de Michelson et celui du corps noir, mais ils seront rapidement résolus et n'altèrent en rien notre confiance... ».~~

Kelvin n'a jamais cité le corps noir comme étant un problème

En 1892, le corps noir n'était pas un problème !

Ehrenfest, 1911

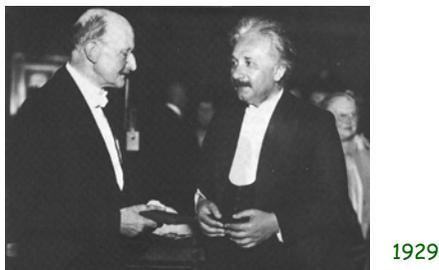
~~Le travail de Planck était motivé par la résolution de la « catastrophe ultraviolette ».~~

Il s'agissait pour Planck de comprendre le comportement à basse fréquence

G. Montambaux

2

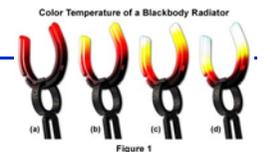
La difficile naissance de la mécanique quantique, de Kirchhoff à Einstein



- 1859 - 1894 Kirchhoff, Stefan, Boltzmann, Wien
- 1899 - 1900 Rayleigh, Planck
- 1905 Einstein (Le quantum de lumière)
- 1909 Einstein (La dualité onde-corpuscule)
- 1924 Einstein (La dualité corpuscule-onde, de Broglie)

3

1859 : Le corps noir Kirchhoff



l'émission est caractérisée par une fonction universelle

$$E = A \mathcal{P}(\nu, T)$$

reçoit $\mathcal{P}(\nu, T)$

absorbe $A \mathcal{P}(\nu, T)$

émet E

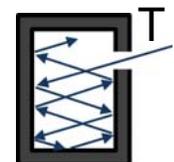
Scharzer Körper $A = 1$

Gustav Kirchhoff (1824-1887)



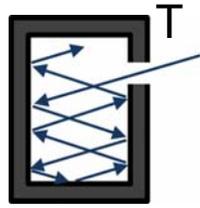
Fonction universelle

$$\mathcal{P}(\nu, T)$$

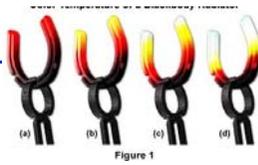


4

1859 : Le corps noir, Stewart et Kirchoff



$$u(\nu, T)$$



Densité d'énergie

$$\mathcal{P}(\nu, T) = \frac{c}{4} u(\nu, T)$$

Puissance émise

Gustav Kirchoff (1824-1887)



$$u(T) = \int_0^\infty u(\nu, T) d\nu$$

Densité totale d'énergie

Il est aussi difficile de bien poser un problème que de le résoudre (M. Planck)

1879-84 : la loi de Stefan-Boltzmann



1879 J. Stefan montre expérimentalement que :

Densité totale d'énergie

$$u(T) = A T^4$$

Joseph Stefan (1835-1893)

1884 Démonstration théorique par Boltzmann

avec des arguments purement classiques :

Second principe + pression de radiation de Maxwell



Ludwig Boltzmann (1844-1906)

G. Montambaux

La démonstration de Boltzmann (1884)

J. C. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism*, Oxford (1873)

Hence in a medium in which waves are propagated there is a pressure in the direction normal to the waves, and numerically equal to the energy in unit of volume.



La pression est égale à la densité d'énergie
Argument 1D

$$P(T) = u(T)$$

J.C. Maxwell (1831-1879)

Boltzmann fait la moyenne angulaire:

$$P(T) = \frac{u(T)}{3} \quad \xrightarrow{\text{Second principe}} \quad TdS = dE + PdV \quad \rightarrow \quad u(T) \propto T^4$$

Quid de la répartition spectrale $u(\nu, T)$?

G. Montambaux

7

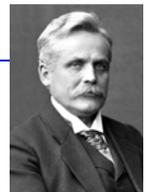
1896 : la loi de Wien

La physique classique explique $u(T)$

Wilhelm Wien (1864-1928)

Distribution spectrale ? $u(\nu, T)$

1911



1893 Loi du déplacement de Wien $u(\nu, T) \propto \nu^3 f(\nu/T)$

1896 Formule de Wien $u(\nu, T) = \frac{8\pi b}{c^3} \nu^3 e^{-a\nu/T}$



Cette loi phénoménologique était bien acceptée (cf. Maxwell-Boltzmann)

Elle fittait parfaitement les données [haute fréquence](#)

La compréhension du rayonnement du corps noir n'était pas un problème de longue date comme on le voit souvent écrit.

La loi de Wien, bien que phénoménologique, « marchait » bien

Les premières déviations à la loi de Wien ont été observées en 1900 [à basse fréquence](#)

1900 : Planck

Max Planck (1858-1947)



Etudes à Berlin

Kirchhoff (*méticuleux, mais ennuyeux*)
Helmholtz (*enseignant brouillon*)

Enthousiasmé par ses lectures de Clausius sur le 2nd principe

1878 - Thèse de doctorat sur « le second principe de la thermodynamique » et la notion d'entropie

L'effet de ma dissertation sur les physiciens de cette époque fut complètement nul.

Helmholtz ne l'a pas lue, Kirchhoff pas à l'aise avec entropie, Clausius ne lui répond pas...

1885 - poste de G. Kirchhoff à Berlin

Analyse dimensionnelle

$$u(T) = \frac{\pi^2 k^4}{15 h^3 c^3} T^4$$

$$u(T) \propto T^4$$

$$\frac{\text{Energie}}{\text{Volume}} = [\quad] \text{Température}^4$$

$$c, k, ??$$

Nécessité d'une unité naturelle d'action... $\longrightarrow u(T) \propto \frac{k^4}{h^3 c^3} T^4$

En 1899, Planck découvre une unité naturelle d'action *avant la quantification !*

1899 !

1899 : Planck découvre l'unité naturelle d'action

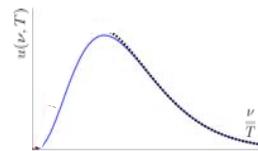
M. Planck (1899) : unité naturelle d'action

Analyse quantitative de la loi de Wien

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi b}{c^3} \nu^3 e^{-a\nu/T}$$

a et b sont des paramètres fixés par l'expérience :

de la position du maximum (loi de Wien) $\rightarrow a$
de l'énergie totale $\rightarrow b/a^4$



$$b = 6.885 \cdot 10^{-34} \text{ J.s} \quad a = 0.4818 \cdot 10^{-10} \text{ K.s} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{h}{k_B}$$

Il découvre ainsi une unité naturelle d'action *avant la quantification*

et il introduit des unités naturelles !

1899 : Planck découvre l'unité naturelle d'action

Wählt man nun die „natürlichen Einheiten“ so, dass in dem neuen Maassystem jede der vorstehenden vier Constanten den Wert 1 annimmt, so erhält man als Einheit der Länge die Grösse:

$$b \rightarrow h \quad \sqrt{\frac{b\bar{f}}{c^3}} = 4,13 \cdot 10^{-33} \text{ cm}, \quad l_P = \sqrt{\frac{hG}{c^3}} \sim 10^{-35} \text{ m}$$

als Einheit der Masse:

$$\sqrt{\frac{b\bar{c}}{T}} = 5,56 \cdot 10^{-5} \text{ g}, \quad m_P = \sqrt{\frac{hc}{G}} \sim 10^{-8} \text{ kg}$$

als Einheit der Zeit:

$$\sqrt{\frac{b\bar{f}}{c^5}} = 1,38 \cdot 10^{-43} \text{ sec}, \quad t_P = \sqrt{\frac{hG}{c^5}} \sim 10^{-44} \text{ s}$$

als Einheit der Temperatur:

$$a \sqrt{\frac{c^5}{b\bar{f}}} = 3,50 \cdot 10^{32} \text{ C}, \quad T_P = \frac{1}{k_B} \sqrt{\frac{hc^5}{G}} \sim 10^{32} \text{ K}$$

\hbar

“Elles gardent nécessairement leur signification pour tous les temps et toutes les civilisations, même extraterrestres et non humaines, et peuvent donc être désignées « unités naturelles”

1874 : G. Stoney découvre aussi les unités physiques de la nature

For each chemical bond which is ruptured within an electrolyte a certain quantity of electricity traverses the electrolyte, which is the same in all cases. This definite quantity of electricity I shall call E_1 (e). If we make this our unit quantity of electricity, we shall probably have made a very important step in our study of molecular phenomena.

$$e \quad l_S = \sqrt{\frac{e^2 G}{c^4}} = \sqrt{\alpha} l_P \quad l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} \quad \hbar$$

$$m_S = \sqrt{\frac{e^2}{G}} = \sqrt{\alpha} m_P \quad \left\langle \alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \right\rangle \quad m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$$

$$t_S = \sqrt{\frac{e^2 G}{c^6}} = \sqrt{\alpha} t_P \quad t_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^5}}$$

1826-1911



$$(4\pi\epsilon_0 = 1)$$

In this paper an estimate was made of the actual amount of this most remarkable fundamental unit of electricity, for which I have since ventured to suggest the name **electron**.

13

1900

Kelvin

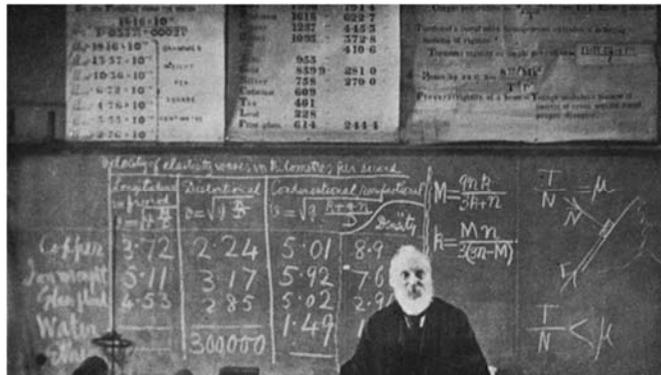
Rayleigh

Planck

14

27 avril 1900 : les deux nuages de lord Kelvin

I. *Nineteenth Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light* *. By The Right. Hon. Lord KELVIN, G.C.V.O., D.C.L., LL.D., F.R.S., M.R.I. †.



William Thomson, Lord Kelvin

* Lecture delivered at the Royal Institution of Great Britain, on Friday, April 27, 1900.

27 avril 1900 : les deux nuages de lord Kelvin

I. *Nineteenth Century Clouds over the Dynamical Theory of Heat and Light* *. By The Right. Hon. Lord KELVIN, G.C.V.O., D.C.L., LL.D., F.R.S., M.R.I. †.

expérience de Michelson

§ 1. **T**HE beauty and clearness of the dynamical theory, which asserts heat and light to be modes of motion, is at present obscured by two clouds. I. The first came into existence with the undulatory theory of light, and was dealt with by Fresnel and Dr. Thomas Young; it involved the question, How could the earth move through an elastic solid, such as essentially is the luminiferous ether? II. The second is the Maxwell-Boltzmann doctrine regarding the partition of energy.

capacité thermique des gaz diatomiques: incohérence avec équipartition de l'énergie

There is, in fact, no possibility of reconciling the Boltzmann-Maxwell doctrine with the truth regarding the specific heats of gases.

William Thomson, Lord Kelvin

16

« Maxwell-Boltzmann doctrine » = Equipartition de l'énergie

$\langle \epsilon \rangle = \frac{kT}{2}$ Pour chaque degré de liberté quadratique $\frac{p^2}{2m}$ $\frac{1}{2}Kx^2$


 Translation $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$ ✓ $C = \frac{3}{2}R$ Gaz monoatomique

$C = N_A \frac{d\langle \epsilon \rangle}{dT}$

17

« Maxwell-Boltzmann doctrine » = Equipartition de l'énergie

$\langle \epsilon \rangle = \frac{kT}{2}$ Pour chaque degré de liberté quadratique $\frac{p^2}{2m}$ $\frac{1}{2}Kx^2$


 Translation $\langle \epsilon \rangle = \frac{3}{2}kT$ Gaz diatomique


 Vibration $\langle \epsilon \rangle = kT$ $C = N_A \frac{d\langle \epsilon \rangle}{dT}$


 Rotation $\langle \epsilon \rangle = kT$

tr. + rot. + vib. $\langle \epsilon \rangle = \frac{7}{2}kT$ ✗ $C = \frac{5}{2}R$ 18

G. Montambaux

Capacité thermique de gaz polyatomiques

Gas.	Values of R/C_v		Th. équiartition
	According to the B.-M. doctrine.	By Observation.	
n=2 { Air H ₂ O ₂ Cl ₂ CO	$\frac{7}{5} = \cdot 2857$	$\cdot 406$	} $C_v = \frac{7}{2}R$
	" "	$\cdot 40$	
	" "	$\cdot 41$	
	" "	$\cdot 32$	
	" "	$\cdot 39$	
n=3 { NO CO ₂	$\frac{5}{3} = \cdot 1667$	$\cdot 30$	} $C_v = 6R$
	" "	$\cdot 331$	
n=4 { N ₂ O NH ₃	$\frac{4}{3} = \cdot 1111$	$\cdot 311$	} $C_v = 9R$

$C_{\text{exp.}} < C_{\text{théor.}}$

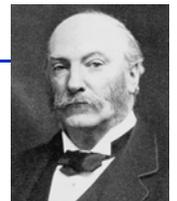
G. Montambaux

William Thomson, Lord Kelvin

19

Juin 1900 : Lord Rayleigh

(+ Jeans 1905)



LIII. *Remarks upon the Law of Complete Radiation.*
By Lord RAYLEIGH, F.R.S.*

By complete radiation I mean the radiation from an ideally black body, which according to Stewart † and Kirchhoff is a definite function of the absolute temperature θ and the wave-length λ .

John William Strutt Rayleigh (1842-1919)

Densité de modes d'oscillateurs classiques

$$u(\nu, T) = D(\nu) kT = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT$$

densité de modes x énergie moyenne / mode (équiartition de l'énergie)

au lieu de $u(\nu, T) = \frac{8\pi b}{c^3} \nu^3 e^{-a\nu/T}$ Wien

Whether (6) represents the facts of observation as well as (2) I am not in a position to say. It is to be hoped that the question may soon receive an answer at the hands of the distinguished experimenters who have been occupied with this subject.

20

Juin 1900 : Lord Rayleigh

(+ Jeans 1905)



LIII. *Remarks upon the Law of Complete Radiation.*
By Lord RAYLEIGH, F.R.S.*

BY complete radiation I mean the radiation from an ideally black body, which according to Stewart † and Kirchhoff is a definite function of the absolute temperature θ and the wave-length λ .

John William Strutt Rayleigh (1842-1919)

Densité de modes d'oscillateurs classiques

$$u(\nu, T) = D(\nu) kT = \frac{8\pi}{c^3} \nu^2 kT$$

densité de modes x énergie moyenne / mode (équipartition de l'énergie)

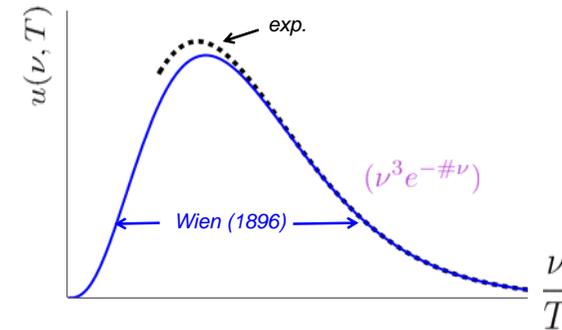
au lieu de $u(\nu, T) = \frac{8\pi b}{c^3} \nu^3 e^{-a\nu/T}$ Wien

Speculation upon this subject is hampered by the difficulties which attend the Boltzmann - Maxwell doctrine of the partition of energy. According to this doctrine every mode of vibration should be alike favoured; and although for some reason not yet explained the doctrine fails in general, it seems possible that it may apply to the graver modes.

21

7 octobre 1900 : Max Planck

La formule semi-phénoménologique de Wien marchait bien (cf. Maxwell-Boltzmann) et fittait parfaitement les données haute fréquence



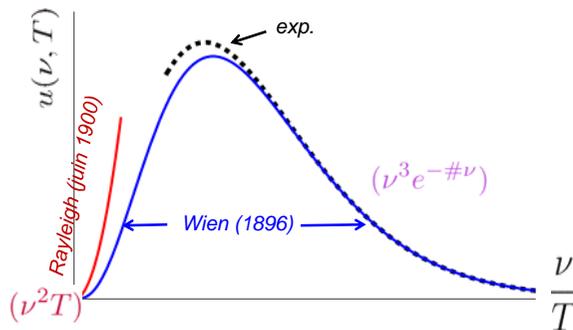
Vers 1900, des mesures montrent des désaccords avec la formule de Wien à basse fréquence

G. Montambaux

22

7 octobre 1900 : Max Planck

La formule semi-phénoménologique de Wien marchait bien (cf. Maxwell-Boltzmann) et fittait parfaitement les données haute fréquence



Vers 1900, des mesures montrent des désaccords avec la formule de Wien à basse fréquence

Le premier à se poser des question est Rayleigh (juin 1900) qui, dans le cadre classique la théorie de M.-B., prédit un comportement basse fréquence en $(\nu^2 T)$

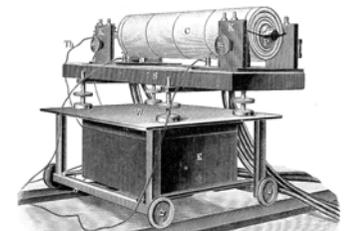
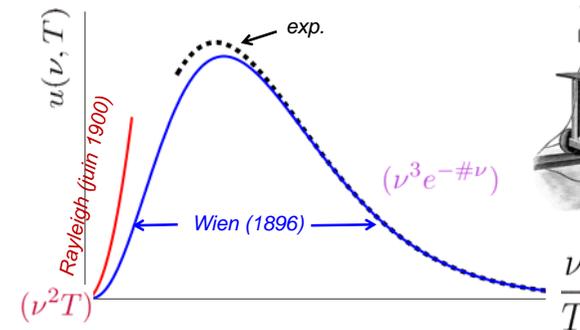
23

7 octobre 1900 : Max Planck

O. Lummer and E. Pringsheim, feb. 1900

H. Rubens and F. Kurlbaum, oct. 1900

Nouvelles données à basse fréquence



10 - 50 μm, T ~ 1000°C

Vers 1900, des mesures montrent des désaccord avec la formule de Wien à basse fréquence

Le premier à se poser des question est Rayleigh (juin 1900) qui, dans le cadre classique la théorie de M.-B., prédit un comportement basse fréquence en $(\nu^2 T)$

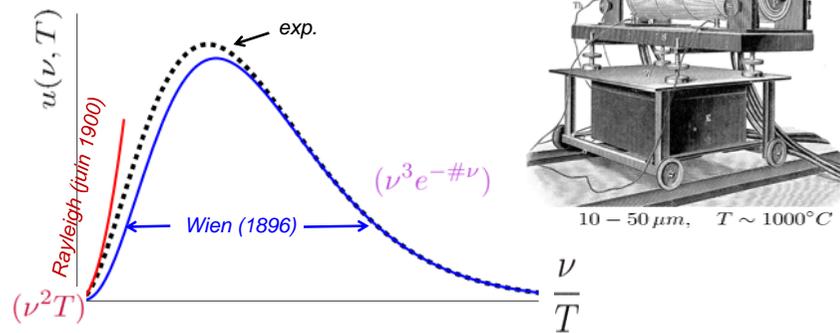
24

7 octobre 1900 : Max Planck

O. Lummer and E. Pringsheim, feb. 1900

H. Rubens and F. Kurlbaum, oct. 1900

Nouvelles données à basse fréquence



7 octobre dîner des Rubens chez les Planck

G. Montambaux

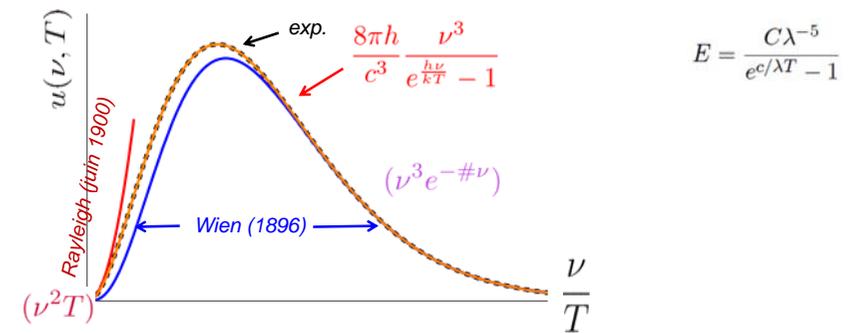
25

7 octobre 1900 : Max Planck

O. Lummer and E. Pringsheim, feb. 1900

H. Rubens and F. Kurlbaum, oct. 1900

Nouvelles données à basse fréquence



7 octobre dîner des Rubens chez les Planck

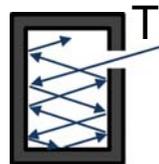
19 octobre présentation d'une nouvelle formule à la Société de Physique de Berlin

L'intuition de Planck, acte I (7 octobre..., 1900)

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U_\nu$$

Densité du rayonnement Énergie moyenne d'un résonateur

$$U(T) \leftrightarrow S(U)$$



$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial U}$$

$$dS = \frac{\delta Q}{T}$$

G. Montambaux

L'intuition de Planck, acte I (7 octobre..., 1900)

La question est donc la dépendance $S(U)$ pour un oscillateur

"La loi de distribution de l'énergie est déterminée dès que l'entropie S d'un oscillateur qui interagit avec le rayonnement est connue en fonction de son énergie U "

$$\nu \quad U(T) \leftrightarrow S(U) \quad \frac{\partial S}{\partial U} = \frac{1}{T}$$

basse T , haute ν Wien

$$U_\nu \propto \nu e^{-a\nu/T} \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1} = -a\nu U$$

haute T , basse ν Rubens

$$U_\nu = \frac{b}{a} T \quad \rightarrow \quad \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1} = -\frac{a}{b} U^2$$

L'intuition !

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1} = -\frac{a}{b}(b\nu U + U^2) \quad \rightarrow \quad U_\nu = \frac{b\nu}{e^{a\nu/T} - 1}$$

"I use the second derivative of S with respect to U since this quantity has a simple physical meaning ».

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1}$$

Sur une amélioration de l'équation spectrale de Wein

Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung*)

von
MAX PLANCK

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. Oktober 1900)

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Sur une amélioration de l'équation spectrale de Wein

Über eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung*)

von
MAX PLANCK

(Vorgetragen in der Sitzung vom 19. Oktober 1900)

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

L'intuition !

$$\left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1} = -\frac{a}{b}(b\nu U + U^2) \quad \Rightarrow \quad U_\nu = \frac{b\nu}{e^{a\nu/T} - 1}$$

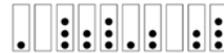
L'intuition !

$$k_B \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1} = -(h\nu U + U^2) \quad \Rightarrow \quad U_\nu = \frac{h\nu}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

L'intuition de Planck , acte II → 14 décembre 1900

Description statistique d'un grand nombre d'oscillateurs

Discrétiser l'énergie pour compter le nombre de façons de répartir l'énergie totale $\mathcal{E} = \mathcal{N}\epsilon$ entre M oscillateurs Boltzmann 1877



$$W(\mathcal{N}) = \frac{(\mathcal{N} + M - 1)!}{\mathcal{N}!(M - 1)!}$$

$$S(\mathcal{E}) = k_B \ln W(\mathcal{E})$$

Par oscillateur :

$$S(U) = k_B \left[\left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) \ln \left(1 + \frac{U}{\epsilon}\right) - \frac{U}{\epsilon} \ln \frac{U}{\epsilon} \right] \quad U = \mathcal{E}/M$$

est identique à

L'intuition !

$$k_B \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2}\right)^{-1} = -(h\nu U + U^2)$$

Si on prend $\epsilon = h\nu$

→ nécessité de discrétiser l'énergie !

L'intuition de Planck , acte II → 14 décembre 1900

Le 14 décembre, devant la société allemande de physique

$$u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

9. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum; von Max Planck.

(In anderer Form mitgeteilt in der Deutschen Physikalischen Gesellschaft, Sitzung vom 19. October und vom 14. December 1900, Verhandlungen 2. p. 202 und p. 237. 1900.)

Sur la loi de distribution de l'énergie dans le spectre normal

Interprétation statistique (« acte de désespoir ») :

Le rayonnement ne peut échanger de l'énergie avec la matière que par paquets d'énergie

$$\epsilon = h\nu$$

Il introduit deux constantes

$k = R/\mathcal{N}_A$ qui sera baptisée plus tard « constante de Boltzmann »

h hilfgröße = quantité auxiliaire



1905



1879-1955

6. Über einen
die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes
betreffenden heuristischen Gesichtspunkt;
von A. Einstein.

Sur un point de vue heuristique à propos de la
création et la conversion de la lumière

Ann. Physik 17, 132 (1905).

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U_\nu$$

Densité du rayonnement Énergie moyenne d'un résonateur

Planck : les oscillateurs tapissent la paroi du corps noir et échangent de l'énergie par saut.

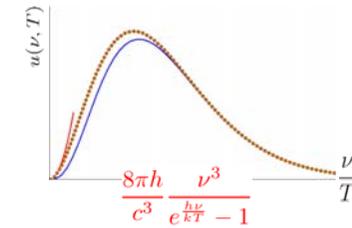
$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U_\nu$$

Densité d'états Densité du rayonnement Énergie moyenne d'un mode du rayonnement

Rayleigh – Einstein : Les oscillateurs sont des modes du champ électromagnétique

Classical

Rayleigh



Quantum

Wien

$(\nu^2 T)$

$(\nu^3 e^{-a\nu/T})$

$$\int_0^\infty (\nu^2 T) = \infty \quad \text{Einstein (1905)}$$

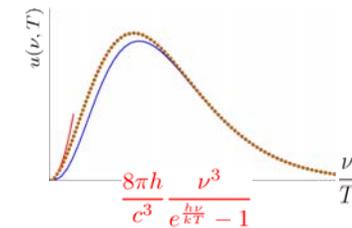
Planck : les oscillateurs tapissent la paroi du corps noir et échangent de l'énergie par saut.

Rayleigh : Les oscillateurs sont des modes du champ électromagnétique

34

Classical

Rayleigh



Quantum

Wien

$(\nu^2 T)$

$(\nu^3 e^{-a\nu/T})$

$$\int_0^\infty (\nu^2 T) = \infty \quad \text{Einstein (1905)}$$

$$S - S_0 = \frac{E}{a\nu} \ln \frac{V}{V_0}$$

Gaz de particules classique

$$S - S_0 = N k_B \ln \frac{V}{V_0}$$

$$E = N k_B a \nu$$

$\underbrace{\hspace{2cm}}_h$

36

Einstein, 1905

D'où nous tirons cette conclusion : Dans la limite de la loi de Wien, un rayonnement monochromatique se comporte, au sens thermodynamique, comme s'il était constitué de quanta d'énergie indépendants les uns des autres, de grandeur $h\nu$

(Notations de Planck)

« Licht Quanta »

classical gas of particles

$$S - S_0 = Nk_B \ln \frac{V}{V_0}$$

$$E = N \underbrace{k_B a \nu}_h$$

Quantum

Wien

$$(\nu^3 e^{-a\nu/T})$$



$$S - S_0 = \frac{E}{a\nu} \ln \frac{V}{V_0}$$

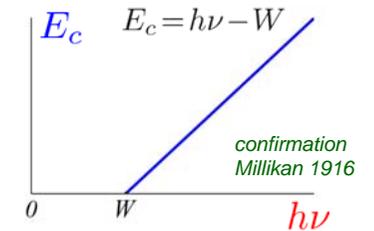
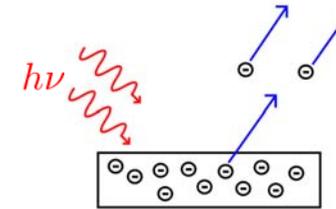
37

Einstein, 1905



D'où nous tirons cette conclusion : Dans la limite de la loi de Wien, un rayonnement monochromatique se comporte, au sens thermodynamique, comme s'il était constitué de quanta d'énergie indépendants les uns des autres, de grandeur $h\nu$

C'est le rayonnement lui-même qui est constitué de grains d'énergie quantifiée, $h\nu$ les « quanta de lumière », interprète l'effet photoélectrique (Hertz, Lenard)



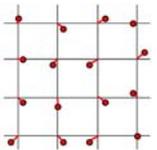
L'énergie cinétique des électrons émis ne dépend pas de l'intensité du rayonnement mais de sa fréquence.

Einstein, 1907

Chaleur spécifique des solides

Dulong et Petit

« Recherches sur quelques points importants de la théorie de la chaleur », 1819



$$C_{\text{molaire}} \simeq 3R$$

$$\left\langle \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \right\rangle = k_B T$$

Mais déviations à basse température ...

Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme; von A. Einstein.

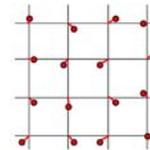
39

Einstein, 1907

Chaleur spécifique des solides

Dulong et Petit

« Recherches sur quelques points importants de la théorie de la chaleur », 1819



$$C_{\text{molaire}} \simeq 3R$$

$$\left\langle \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 x^2 \right\rangle = k_B T$$

Mais déviations à basse température ...

Induction

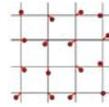
“Alors que jusqu'à présent, nous nous imaginions les mouvements moléculaires comme régis par les mêmes lois que celles qui valent pour les mouvements des corps de notre monde sensible, nous nous voyons maintenant contraints de faire l'hypothèse selon laquelle la multiplicité des états que peuvent prendre des ions susceptibles d'effectuer des oscillations de fréquence déterminée est plus faible que dans le cas des corps de l'expérience commune, puisqu'il nous a fallu admettre que l'énergie de l'entité élémentaire ne peut prendre des valeurs autres que 0, $h\nu$, $2h\nu$, etc.”

Généralisation

“Si la théorie du rayonnement du Planck touche vraiment au coeur du problème, nous devons nous attendre à rencontrer, dans d'autres domaines de la théorie de la chaleur, des contradictions entre la théorie cinétique moléculaire actuelle de la chaleur et l'expérience, contradictions que l'on arrive à lever en suivant la même démarche.”

40

Einstein, 1907



Hypothèse

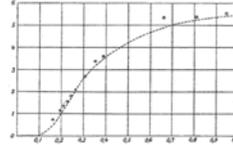
La représentation la plus simple que l'on puisse de faire du mouvement thermique dans les solides est celle où les atomes individuels qui y sont contenus effectuent des oscillations sinusoïdales autour de leur position d'équilibre.

Si l'on considère que les porteurs de la chaleur dans les corps solides sont des entités oscillant périodiquement à une fréquence indépendante de leur énergie d'oscillation, on doit s'attendre, d'après la théorie du rayonnement de Planck, à ce que l'énergie moyenne n'ait pas toujours la valeur

$$E = 3NkT$$

mais plutôt

$$E = 3N \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$



Limitation du modèle et comparaison avec l'expérience

Il ne faudrait naturellement pas croire que cette nouvelle conception est exactement conforme à la réalité.

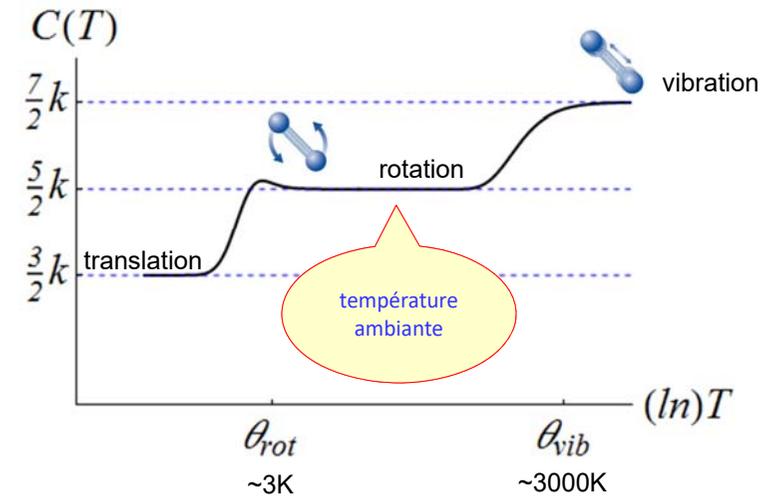
Tous les corps solides conducteurs de l'électricité contiennent des masses élémentaires mobiles libres contribuant à leur chaleur spécifique. → Fermi 1926, Sommerfeld 1927

Enfin l'hypothèse selon laquelle les entités élémentaires considérées ont des fréquences d'oscillation constantes est sans doute irrecevable. → Debye 1912

Néanmoins, il est intéressant d'établir une comparaison entre nos résultats et l'expérience...

41

Le problème de la chaleur spécifique des molécules diatomiques est donc résolu.



42

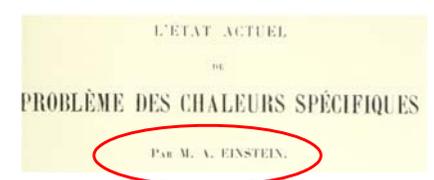
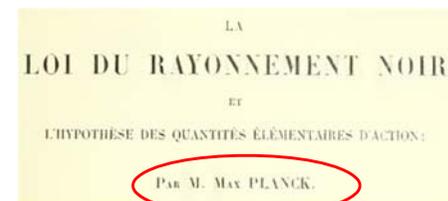
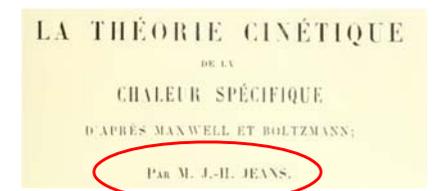
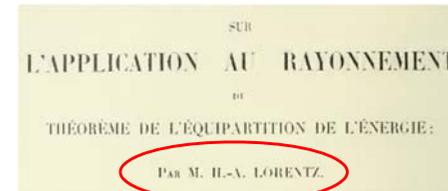
Congrès Solvay, 1911

« La théorie du rayonnement et les quanta »

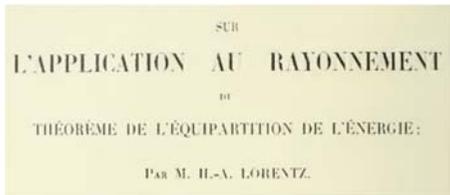


L'état actuel du problème des chaleurs spécifiques, A. Einstein

43



44

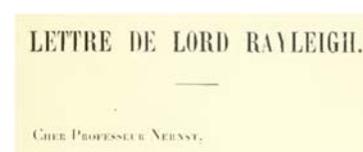


H.-A. Lorentz (1853 - 1928)

“Si des particules peuvent vibrer avec une fréquence déterminée par leur nature, comment se fait-il que ces vibreurs restent entièrement muets tant qu'on a pas atteint une température suffisamment élevée ?

Ce sont des questions de ce genre auxquelles M. Planck a trouvé une réponse par sa remarquable hypothèse des éléments d'énergie.

Hypothèse qui a trouvé des vérifications inattendues et qui mérite bien d'être le sujet principal de nos discussions.”



L Rayleigh (1842 - 1919)

“Je ne vois naturellement aucun inconvénient à ce qu'on cherche à suivre les conséquences de la théorie des éléments d'énergie : cette méthode a déjà conduit à des conséquences intéressantes, grâce à l'habileté de ceux qui l'ont appliquée. *Mais il m'est difficile de la considérer comme donnant une image de la réalité.*

Nous ferons bien, je pense, de porter notre attention sur la *molécule gazeuse diatomique*. Sous l'action des collisions, cette molécule acquiert facilement et rapidement un mouvement de *rotation*. Pourquoi n'entre-t-elle pas aussi en *vibration* le long de la ligne qui joint les deux atomes ? Si je la comprends bien, la réponse de Planck est qu'en raison de la rigidité du lien qui unit les atomes, la quantité d'énergie qui devrait être acquise à chaque collision tombe au-dessous du minimum possible et que, par conséquent, rien n'est absorbé, *raisonnement qui semble réellement paradoxal.*”



M. Planck (1858 - 1947)

Quand on songe à la confirmation expérimentale complète qu'à reçu l'électrodynamique de Maxwell par les phénomènes d'interférences les plus délicats, quand on songe aux difficultés extraordinaires que son abandon entraînerait pour toutes les théories des phénomènes électriques et magnétiques, on éprouve quelque répugnance à en ruiner de prime abord les fondements. *Pour cette raison nous laisserons de côté, dans ce qui va suivre, l'hypothèse des quanta de lumière, d'autant plus que son développement reste encore assez primitif.*



J. Jeans (1877 - 1946)

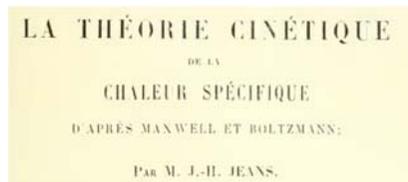
L'échange d'énergie entre la matière et l'éther s'accomplit avec une lenteur extrême si on en vient aux petites longueurs d'onde. L'état d'équilibre ne se réaliserait que dans un temps infini.

Gaz Il existe des termes efficaces et des termes non-efficaces

“On peut montrer que des vibrations ne correspondant qu'à des termes non efficaces dans l'expression de l'énergie, car le temps nécessaire pour que ces vibrations s'établissent de manière appréciable par suite des collisions se mesure probablement en siècles au moins.”

Rayonnement $u(\nu, T) = s \frac{4\pi}{c^3} \nu^2 kT$

Termes efficaces ($s=2$) pour les grandes longueurs d'onde, non efficaces ($s=0$) pour les petites longueurs d'onde. s dépend de la longueur d'onde...



J. Jeans (1877 - 1946)

Représentons les diverses capacités d'un système dynamique pour l'énergie par une série de réservoirs reliés entre eux par des tuyaux de différentes sections...
 Quelques réservoirs peuvent communiquer assez largement pour que l'égalité de niveau s'établisse entre eux avant que les fuites aient produit un effet appréciable. A ces réservoirs correspondent des termes efficaces.
 D'autres peuvent communiquer par des tubes capillaires, ils correspondent aux coordonnées non efficaces...

DISCUSSION DU RAPPORT DE Mr JEANS

Poincaré :

H. Poincaré (1854 - 1912)



"Il est clair qu'en donnant des dimensions convenables aux tuyaux de communication entre ces réservoirs et des valeurs convenables aux fuites, M. Jeans pourra rendre compte de n'importe quelle constatation expérimentale. Mais ce n'est pas là le rôle des théories physiques. Elles ne doivent pas introduire autant de constantes arbitraires qu'il y a de phénomènes à expliquer : elles doivent établir une connexion entre les divers faits expérimentaux et surtout permettre la prévision."



P. Ehrenfest (1880 - 1933)

Juil. 1911

L'hypothèse des quanta est la seule solution pour résoudre le problème de la catastrophe ultraviolette.



1912

L'hypothèse des quanta est la seule qui conduise à la loi de Planck.



1913

J'ai consacré plusieurs années de ma vie à une tentative qui s'est avérée tout à fait infructueuse, pour concilier les lois du rayonnement et la mécanique classique... J'ai bien du me rendre à l'évidence que tous les faits sont contre nous... alors que la nouvelle mécanique, fondée sur l'hypothèse des quanta, comporte exactement la capacité d'expliquer et de prédire les faits qu'on attend d'une vérité nouvelle encore balbutiante.

G. Montambaux

1909 : Einstein, la dualité onde-corpuscule

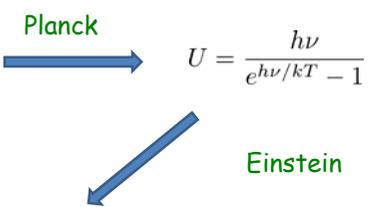
$$(\Delta U)^2 = kT^2 C$$

Einstein s'intéresse aux fluctuations de l'énergie $(\Delta U)^2 = -k \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} \right)^{-1}$

L'intuition !

$$k \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} \right)^{-1} = -(h\nu U + U^2)$$

Wien Rayleigh



$$(\Delta U)^2 = h\nu U + U^2$$

↙ particule ↘ onde

Les deux caractéristiques, qui toutes deux doivent être attribuées au rayonnement conformément à la formule de Planck, ne doivent pas être considérées comme incompatibles.

1909 : Einstein, la dualité onde-corpuscule

J'ai déjà tenté de montrer qu'il fallait renoncer aux fondements actuels de notre théorie du rayonnement...

A mon avis, la prochaine phase de l'évolution de la physique théorique débouchera sur une théorie de la lumière que l'on pourra interpréter comme une espèce de synthèse entre la théorie ondulatoire et la théorie corpusculaire de l'émission...

La structure ondulatoire et la structure en quanta ne voient pas doivent pas être considérées comme incompatibles.

$$(\Delta U)^2 = h\nu U + U^2$$

↙ particule ↘ onde

G. Montambaux

1909 → 1924 : Einstein, la dualité corpuscule-onde

$$(\Delta U)^2 = -k \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} \right)^{-1}$$

Planck

$$U = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Einstein

$$(\Delta U)^2 = h\nu U + U^2$$

particule ← → onde

Lumière → photons



N. Bose (1894-1974)

53

1909 → 1924 : Einstein, la dualité corpuscule-onde

$$(\Delta U)^2 = -k \left(\frac{\partial^2 S}{\partial U^2} \right)^{-1}$$

Planck

$$U = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Einstein

$$(\Delta U)^2 = h\nu U + U^2$$

particule ← → onde

Lumière → photons

$$(\Delta N)^2 = - \left(\frac{\partial^2 S}{\partial N^2} \right)^{-1}$$

Bose-Einstein

$$N = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1}$$

Einstein

$$(\Delta N)^2 = N + N^2$$

particule ← → onde

Matière → ondes

54

1909 → 1924 : Einstein, la dualité corpuscule-onde

Quantentheorie des einatomigen idealen Gases, déc. 1924

$$(\Delta U)^2 = h\nu U + U^2$$

$$(\Delta N)^2 = N + N^2$$

Cette loi de fluctuation est strictement analogue à celle du rayonnement de Planck.

La valeur moyenne du carré des fluctuations relatives du nombre de molécules se présente comme la somme de deux termes.

On n'aurait que le premier terme si les molécules étaient indépendantes les unes des autres.

Le deuxième ne dépend pas de la densité. Il correspond aux fluctuations dues aux interférences dans le cas du rayonnement de Planck.

On peut l'interpréter comme un terme du aux fluctuations d'un processus de rayonnement associé au gaz.

Je me propose d'approfondir un peu cette interprétation car je crois qu'il y a là plus qu'une simple analogie. Dans une publication tout à fait remarquable, Mr L. de Broglie a montré comment on peut associer un champ d'onde (scalaire) à une particule matérielle ou à un système de particules matérielles.

Thèse de Broglie 25/11/1924

Il a soulevé un coin du grand voile...
Lettre à P. Langevin 16/12/1924

55

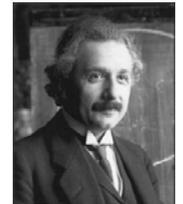
1924 : Einstein, le gaz de Bose

Quantentheorie des einatomigen idealen Gases.

Zweite Abhandlung.

VON A. EINSTEIN. déc. 1924

$$N = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1}$$



Condensation de Bose-Einstein

Einstein à Ehrenfest 1925

« A partir d'une certaine température, les molécules « se condensent » sans l'intervention de forces d'attraction, c'est-à-dire qu'elles s'agrègent en un état de vitesse nulle. C'est une belle théorie, mais contient-elle une part de vérité ? »

G. Montambaux

56

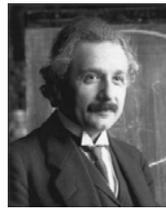
1924 : Einstein, le gaz de Bose

Quantentheorie des einatomigen idealen Gases.

Zweite Abhandlung.

VON A. EINSTEIN. déc. 1924

$$N = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1}$$



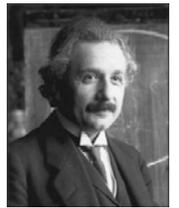
1924 : Einstein, le gaz de Bose

Quantentheorie des einatomigen idealen Gases.

Zweite Abhandlung.

VON A. EINSTEIN. déc. 1924

$$N = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1}$$



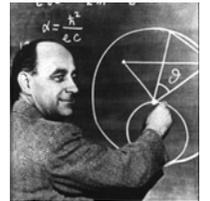
Principe d'exclusion 1925



57

Fermi 1926

Puisque cette règle de Pauli s'est révélée extrêmement fructueuse dans l'interprétation des phénomènes spectroscopiques, nous voulons voir si elle ne peut pas aussi être utile dans le problème de la quantification des gaz idéaux.



58

G. Montambaux

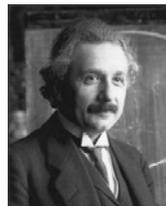
1926 : les deux statistiques

Quantentheorie des **einatomigen idealen** Gases.

Zweite Abhandlung.

VON A. EINSTEIN. déc. 1924

$$N = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} - 1}$$



1913

L'atome de Bohr

Zur Quantelung des **idealen einatomigen** Gases¹⁾.

Von E. Fermi in Florenz.

(Eingegangen am 24. März 1926.)

$$N = \frac{1}{e^{(\epsilon-\mu)/k_B T} + 1}$$

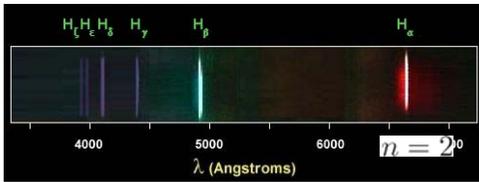


59

60

1885 : J.J. Balmer

Mathématicien suisse



Johann Jakob Balmer (1825-1898)

Quels nombres se cachent dans la série des raies visibles de l'atome d'hydrogène dans le visible, mesurées par Angström

$$\lambda_{mn} = B \frac{m^2}{m^2 - 4} \quad \text{série de Balmer}$$

$$\lambda_{mn} = \frac{B}{4} \frac{m^2 n^2}{m^2 - n^2}$$

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$$



G. Montambaux

1913 : Niels Bohr On the constitution of atoms and molecules



1885-1962

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} \quad m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} \quad E = -\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{e^2}{2r}$$

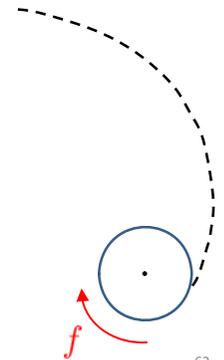
$$f = \frac{v}{2\pi r} \quad \text{fréquence de rotation}$$

$$E = -\frac{1}{2}(2\pi\sqrt{me^2})^{2/3} f^{2/3} = n h \frac{f}{2}$$

Kepler

Planck-Einstein

$$\rightarrow E_n = -\frac{1}{2} \frac{me^4}{n^2 \hbar^2}$$



G. Montambaux

62

1913 : Niels Bohr On the constitution of atoms and molecules



1885-1962

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{e^2}{r} \quad m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{r^2} \quad E = -\frac{1}{2}mv^2 = -\frac{e^2}{2r}$$

$$f = \frac{v}{2\pi r} \quad \text{fréquence de rotation}$$

$$E = -\frac{1}{2}(2\pi\sqrt{me^2})^{2/3} f^{2/3} = n h \frac{f}{2}$$

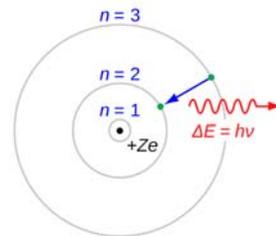
Kepler

Planck-Einstein

$$\rightarrow E_n = -\frac{1}{2} \frac{me^4}{n^2 \hbar^2}$$

$$E_n - E_m = h\nu$$

$$\frac{1}{\lambda_{mn}} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right) \quad R_H = \frac{me^4}{4\pi\hbar^3 c}$$



63

G. Montambaux

« Une innovation scientifique importante fait rarement son chemin en gagnant progressivement et en convertissant ses adversaires...

Ce qui se passe, c'est que ses opposants s'éteignent progressivement et que la génération croissante se familiarise avec les idées depuis le début. »



Citations

~~En 1897, Lord Kelvin écrit : « La physique est définitivement constituée dans ses concepts fondamentaux ; tout ce qu'elle peut désormais apporter, c'est la détermination précise de quelques décimales supplémentaires. Il y a bien deux petits problèmes : celui du résultat négatif de l'expérience de Michelson et celui du corps noir, mais ils seront rapidement résolus et n'altèrent en rien notre confiance... ».~~

~~"There is nothing new to be discovered in physics now. All that remains is more and more precise measurement"~~

65

Michelson 1894

While it is never safe to affirm that the future of Physical Science has no marvels in store even more astonishing than those of the past, it seems probable that **most of the grand underlying principles have been firmly established** and that **further advances are to be sought chiefly in the rigorous application of these principles** to all the phenomena which come under our notice. It is here that the science of measurement shows its importance — where **quantitative work is more to be desired than qualitative work**. **An eminent physicist remarked that the future truths of physical science are to be looked for in the sixth place of decimals.**

Speech at dedication of Ryerson Physical Laboratory, Chicago

Michelson 1903

Light waves and their uses

What would be the use of such extreme refinement in the science of measurement?

Very briefly and in general terms the answer would be that **in this direction the greater part of all future discovery must lie.**

~~"There is nothing new to be discovered in physics now. All that remains is more and more precise measurement"~~

66

Maxwell 1871

The opinion seems to have got, that in a few years all the great physical constants will have been approximately estimated, and that **the only occupation which will then be left to men of science will be to carry on these measurements to another place of decimals. ...**

But the history of science shews that even during the phase of her progress in which she devotes herself to improving the accuracy of the numerical measurement of quantities with which she has long been familiar, she is preparing the materials for the subjugation of the **new regions, which would have remained unknown if she had been contented with the rough methods of her early pioneers.**

I might bring forward instances gathered from every branch of science, shewing how **the labour of careful measurement has been rewarded by the discovery of new fields of research, and by the development of new scientific ideas.**

67

<https://gilles.montambaux.com/>

Citations sur l'état de la Physique à la fin du XIXème siècle

Plusieurs citations sur l'état et l'évolution de la physique à la fin du XIXème siècle sont souvent présentées sous une forme déformée dans la littérature ou sur internet, avec des phrases fausses ou coupées de leur contexte. J'ai regroupé ici les phrases originales et entières, avec leur citation précise, avec une traduction en français et un court commentaire pour certaines.

L'intuition de Planck

Problème posé à l'Ecole Polytechnique, qui expose les deux travaux de Planck conduisant à ses présentations des 14 octobre et 14 décembre 1900, devant la société allemande de physique.

La dualité Onde-Corpuscule

Problème posé à l'Ecole Polytechnique, qui expose l'argumentaire d'Einstein exposé en 1909, qui explique pourquoi la lumière présente nécessairement deux natures différentes.

Et plus de papiers historiques

68