

Séance 3 : Formalisation mathématique des filtres, réponse fréquentielle

Anthony JUTON, Fabienne BERNARD, Jean-Charles VANEL, Julien VILLEMEJANE Septembre 2024

julien.villemejane@institutoptique.fr

Sommaire

1	Etude expérimentale du comportement harmonique du filtre	1
2	Modélisation mathématique de la réponse harmonique du filtre	2
3	Pour aller plus loin	2

Objectifs de la séance

Au cours de cette séance, vous découvrirez :

- la modélisation d'un signal harmonique à l'aide de la notion d'amplitude complexe,
- comment déterminer la réponse en fréquence d'un filtre RC ou CR,

A l'issue de cette séance, vous serez capable de :

— mesurer l'atténuation et le déphasage du signal de sortie d'un filtre soumis à un signal d'entrée sinusoïdal (réponse harmonique)

On travaille sur un filtre RC série, dont le schéma est donné sur la figure 1, chaque binôme avec un couple de valeurs de R, C différent :

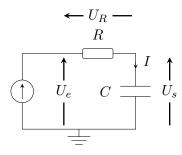


FIGURE 1 – Filtre RC série étudié. La tension d'entrée est celle aux bornes du générateur, notée U_E . La tension de sortie est notée U_s .

1 Etude expérimentale du comportement harmonique du filtre

Placer un signal sinusoïdal en entrée du filtre.

Ce signal d'entrée sera retenu comme origine des phases. Donc $\varphi_e=0$.

- Observer à l'oscilloscope l'allure du signal sortie pour différentes fréquences et amplitudes du signal d'entrée.
- Q1 Quel est le lien entre la fréquence du signal de sortie et la fréquence du signal d'entrée?
- **Q2** Comment évolue l'amplitude en fonction de la fréquence du signal d'entrée? A quelle fréquence f_0 l'amplitude du signal de sortie devient-elle inférieure à l'amplitude du signal d'entrée divisée par $\sqrt{2}$?
- Q3 Comment évolue le déphasage φ_s entre le signal d'entrée et le signal de sortie? A quelle fréquence f_{φ} ce déphasage correspond-il à un huitième de période, c'est à dire $\varphi_s=\pm \frac{\pi}{4}$?

2 Modélisation mathématique de la réponse harmonique du filtre

Le document intitulé « Modélisation mathématique de la réponse harmonique d'un filtre RC série » présente une modélisation mathématique du fonctionnement d'un filtre RC série, fonctionnement étudié expérimentalement au paragraphe précédent.

Cette modélisation mathématique permet d'établir que si on place un signal d'entrée sinusoïdal en entrée du circuit RC de la figure 1 :

$$U_e(t) = E \cdot \cos(\omega t)$$

Alors l'évolution temporelle de la tension U_s est :

$$U_s(t) = \frac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} \cdot E \cdot \cos(\omega t - \arctan(RC\omega))$$

Cette modélisation mathématique peut utiliser en particulier la notation complexe d'une fonction sinusoïdale.

- **Q4** Quelle était l'amplitude complexe du signal d'entrée et celle du signal de sortie lorsque la fréquence d'entrée était fixée à valeur f_0 (question **Q2**)?
- Q5 D'après le modèle mathématique, quelle est la valeur attendue pour la fréquence f_0 ? Est-ce que cette valeur est cohérente avec votre mesure?
- Q6 Est-ce que le modèle est cohérent avec les mesures analysées à la question Q3?

3 Pour aller plus loin

Q7 Déterminer la transmittance d'un circuit CR série en utilisant la démarche du document « Modélisation mathématique de la réponse harmonique d'un filtre RC série ».