

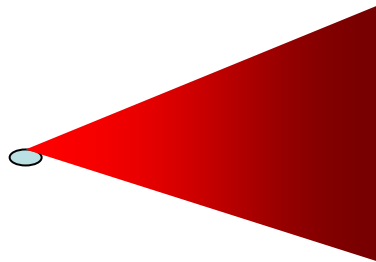
Cours 1

Nature de la lumière,
interférences

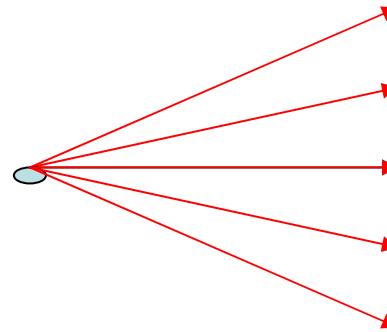
1- Rayons lumineux

Propagation d'énergie sans transport de matière

Faisceau de lumière



Rayons lumineux



Source de lumière...

primaire

secondaire

-> objet qui génère de la lumière

-> objet qui diffuse ou réfléchit la lumière

Vitesse de propagation

La lumière peut se propager dans le vide

Vitesse de propagation: $c \sim 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$

=> 3,3 nanosecondes par mètre

Cette vitesse est altérée lorsque la lumière se propage dans un milieu matériel

Les milieux matériels possèdent un indice de réfraction (n).

$$\mathbf{n = c/v.}$$

c vitesse de la lumière dans le vide

v vitesse de la lumière dans le milieu

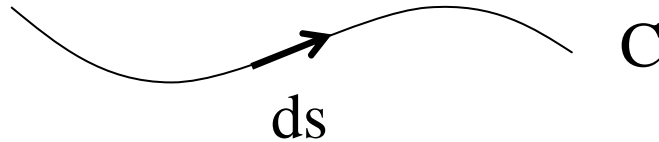
Chemin optique, principe de Fermat

Chemin optique L:

C est une courbe a priori quelconque

n est l'indice de réfraction local

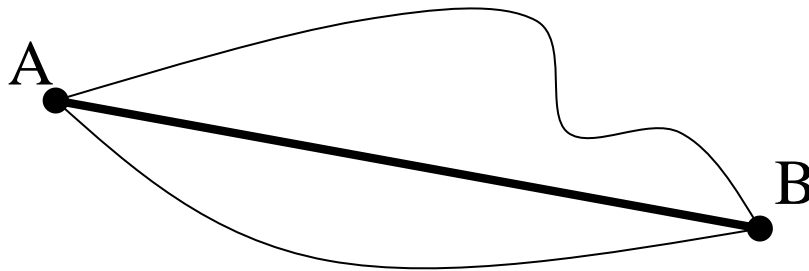
ds élément différentiel d'abscisse curviligne sur C



$$L = \int_C n ds = c \tau$$

Principe de Fermat:

Le trajet suivi par un rayon lumineux pour aller d'un point A à un point B est celui pour lequel le chemin optique est minimum (*)



Dans un milieu homogène
-> **Segment de droite**

(*) formulation plus récente: celui pour lequel le chemin optique est *stationnaire*

Lois de la réfraction (lois de Snell-Descartes)

Trouvées expérimentalement, mais peuvent se déduire du principe de Fermat

Première loi:

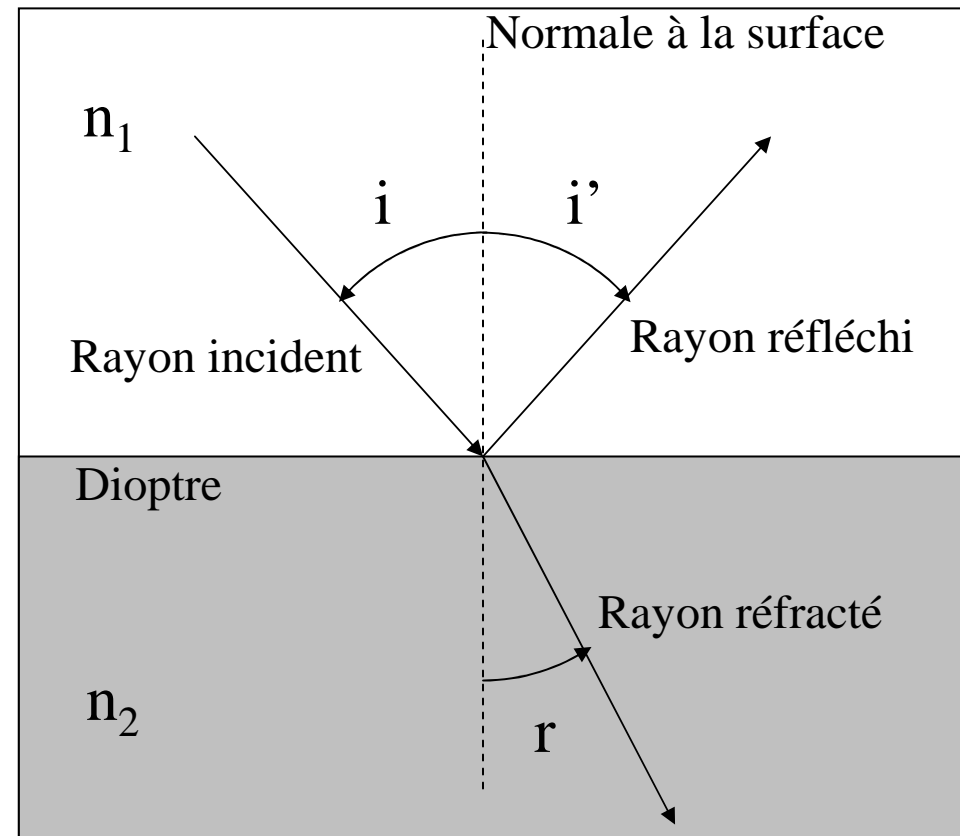
Rayons réfléchi et réfracté sont contenus dans le plan d'incidence (plan formé par la normale et le rayon incident)

Deuxième loi:

$$i' = -i \quad (*)$$

Troisième loi:

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r$$



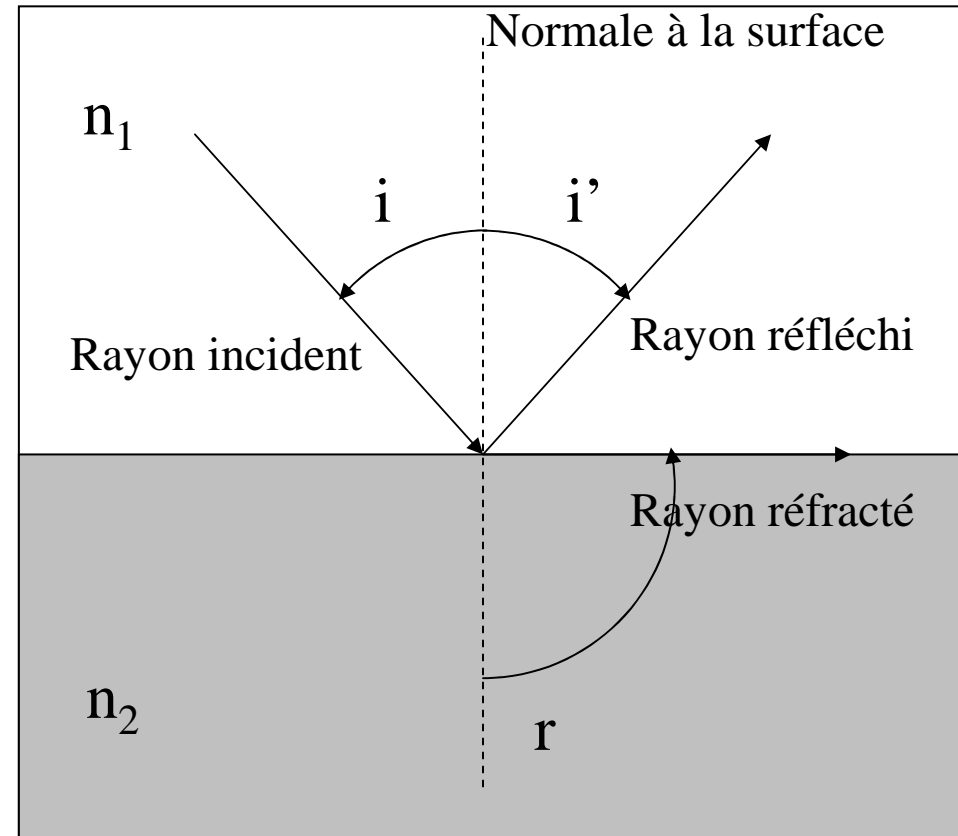
(*) attention: angles orientés !

La réflexion totale

Si $n_1 > n_2$, il existe un angle critique i_c pour lequel $r = 90^\circ$ →

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$$

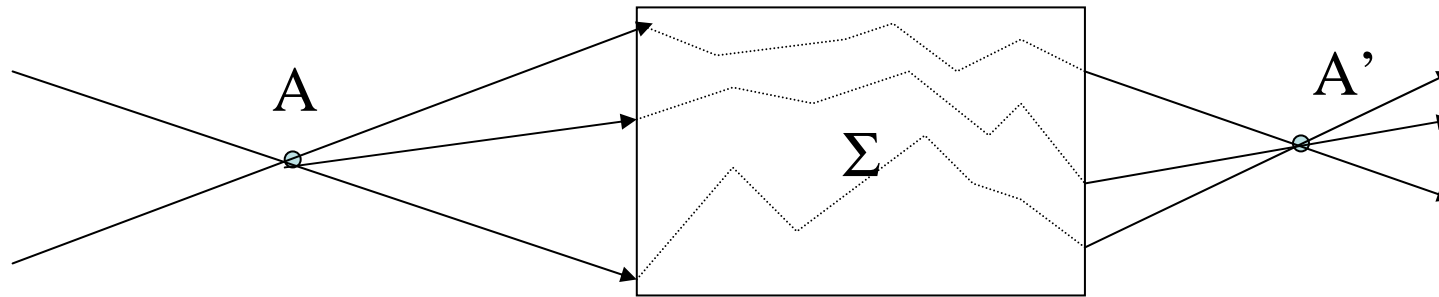
Si de plus $i > i_c$, plus de rayon réfracté, la lumière incidente est **totalelement réfléchi**



Utilisation moderne: [La fibre optique](#)

Formation des images: Stigmatisme

On s'intéresse au devenir de rayons lumineux issus ou passant par un même point A et traversant le système optique Σ



Si les droites supportant les rayons après le système optique se coupent toutes en un même point A' , on dit que:

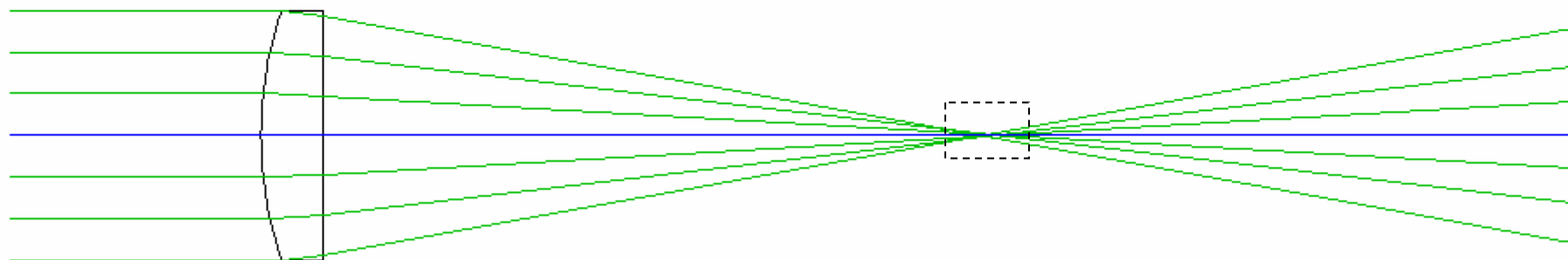
- le système est **rigoureusement stigmatique** pour A et A' .
- A et A' sont conjugués par le système optique



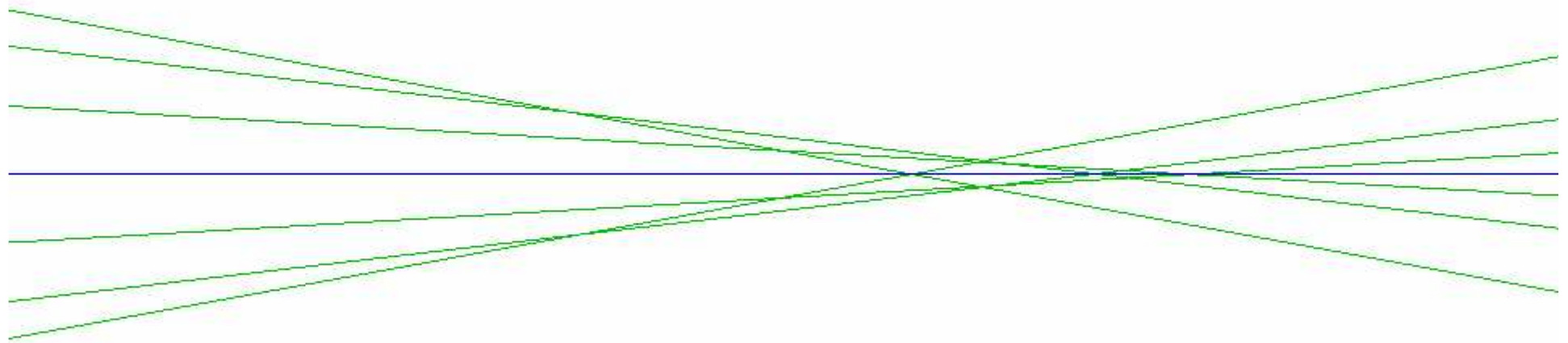
No name
FOCAL LENGTH = 58.05 NA = 0.1723

UNITS: MM
DES: OSLO

13.9



File Lens Evaluate Optimize Tolerance Source Tools Window Help



Output: On Page mode: On Graphics autoclear: On

Stigmatisme approché

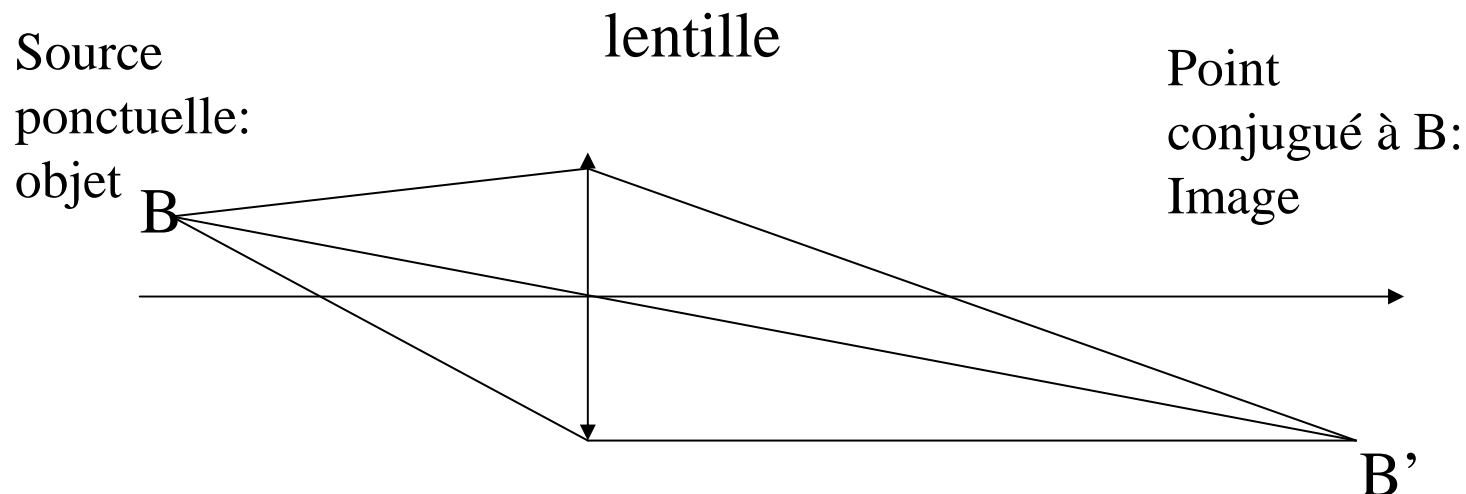
Conditions de Gauss

Cas des lentilles minces:

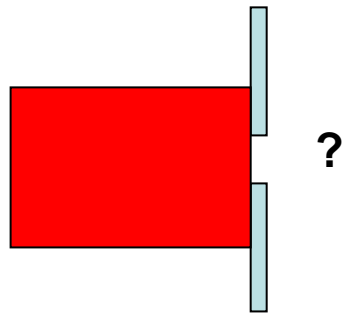
-> pas de stigmatisme rigoureux

MAIS, si les rayons sont faiblement inclinés et proche de l'axe optique (axe de révolution du système):

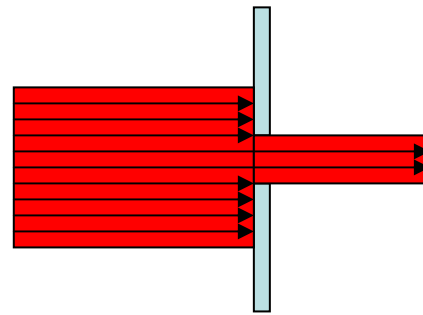
-> stigmatisme approché pour tout point



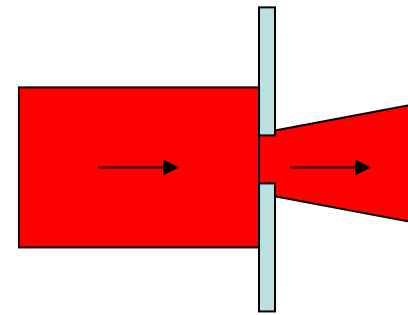
Limite du modèle des rayons lumineux



Faisceau lumineux
incident= Cylindre



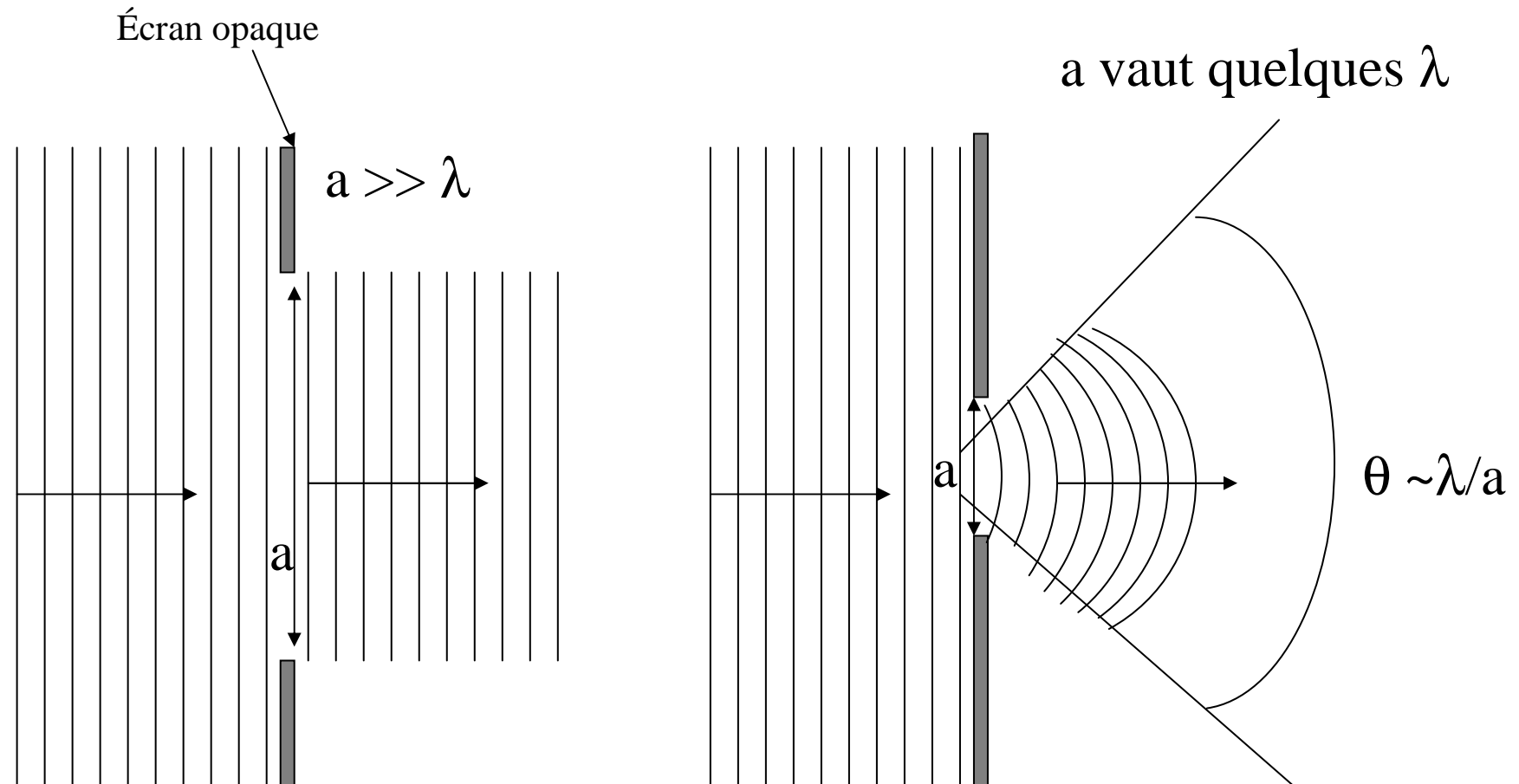
Ce que prévoit
l'optique géométrique
"optique des rayons"
**Ce qui est observé si le
trou est "grand"**



**Ce qui est observé si le
trou est très "petit"**

Phénomène de diffraction

Phénomène propre aux ondes



Onde plane
progressive

Onde plane
progressive

Onde sphérique à
grande distance

2-Les ondes

Approche mathématique

- Perturbation $f(x, y, z, t)$ d'un milieu se comporte comme une onde si $f(x, y, z, t)$ vérifie l'équation de d'Alembert:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

c , célérité ou vitesse de propagation des ondes

- Forme générale des solutions pour un système à une dimension:

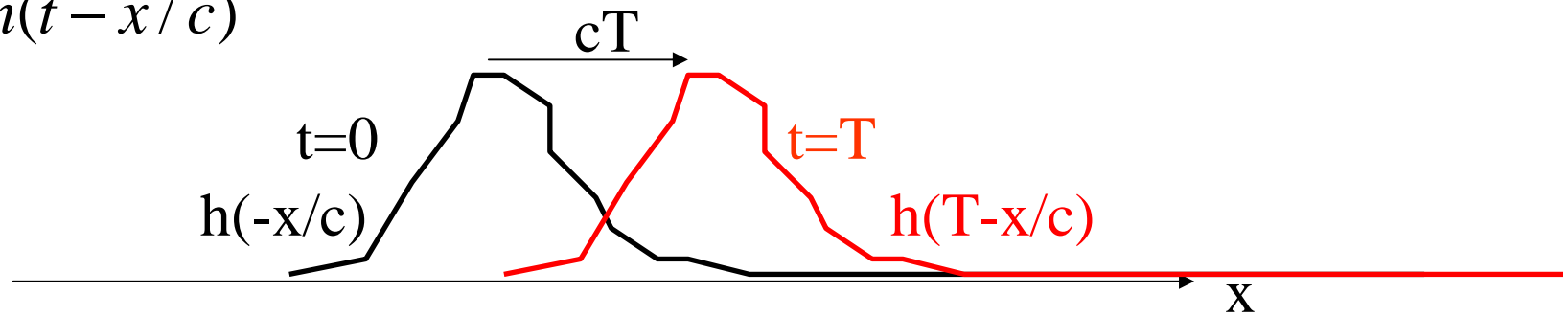
$$f(x, t) = h(t - x/c) + g(t + x/c)$$

- Eq de d'Alembert est linéaire

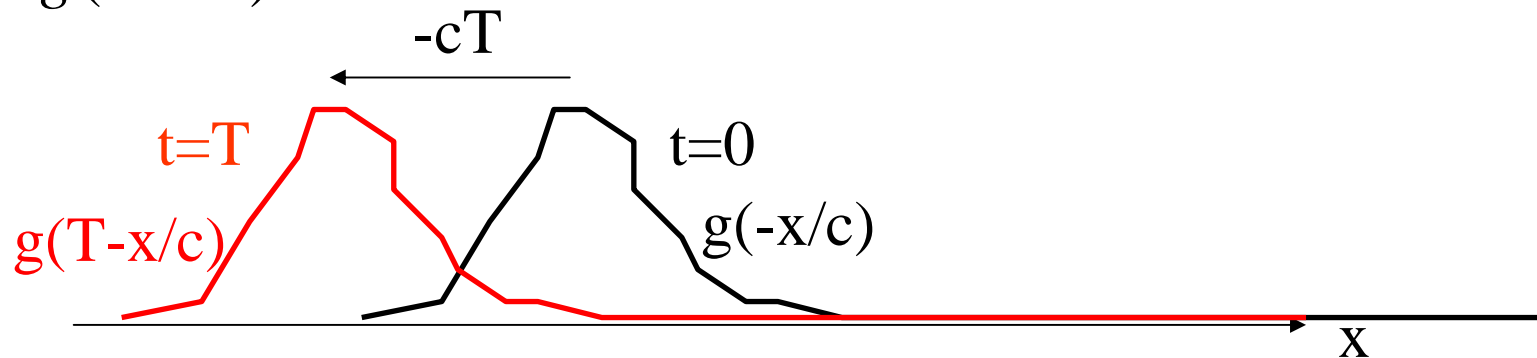
Si h_1 et h_2 sont solutions de d'Alembert, alors, $a \cdot h_1 + b \cdot h_2$ est aussi solution → **très important pour l'optique ondulatoire !!!**

Ondes progressives

$$f(x, t) = h(t - x/c)$$



$$f(x, t) = g(x + ct)$$



Solutions harmoniques 1 D

Solutions variant sinusoïdalement avec le temps en un point de l'espace

Période T , fréquence $\nu=1/T$, pulsation $\omega=2\pi\nu$

En $x=0$ $f(0,t) = f_0 \cos(\omega t + \varphi)$ Phase initiale

En x quelconque $f(x,t) = f_0 \cos\left(\omega\left(t \pm \frac{x}{c}\right) + \varphi\right)$ Phase

$f(x,t) = f_0 \cos(\omega t \pm kx + \varphi)$

$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ Longueur d'onde

Vecteur d'onde

Solutions harmoniques 3D

Exemple 1: Ondes planes

$$f(x, y, z, t) = f_0 \cos(\omega t \pm \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)$$

$$\vec{k} = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z = k \vec{e}_u$$

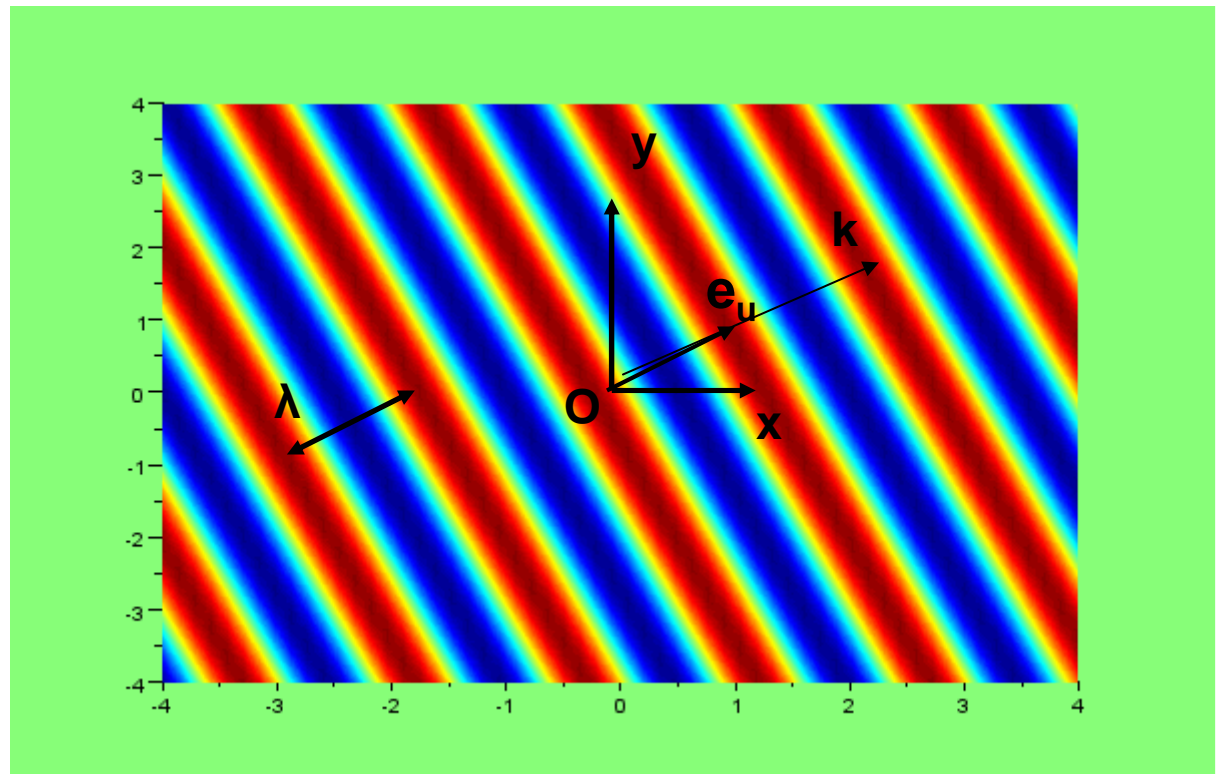
$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

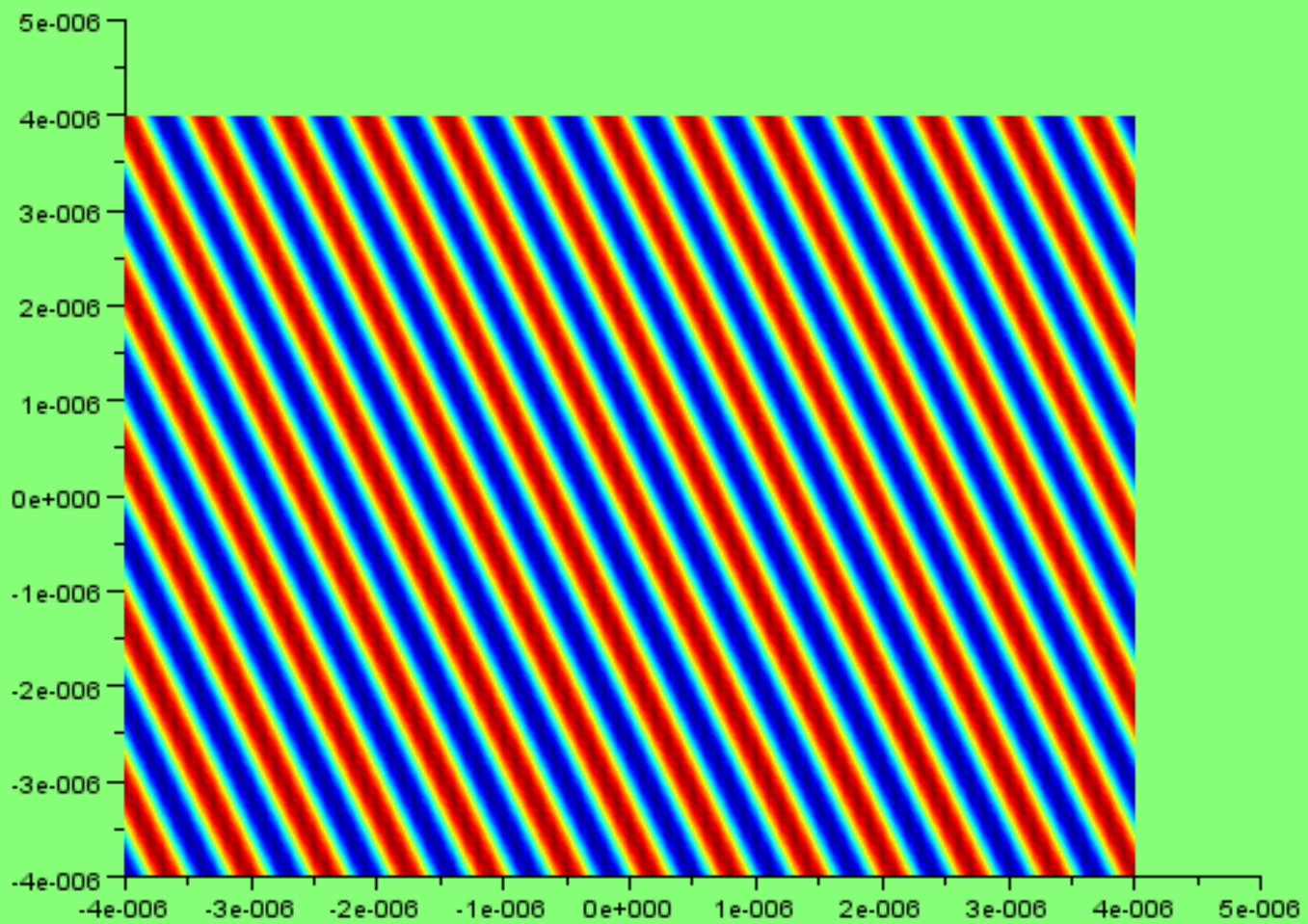
$$\|\vec{k}\| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

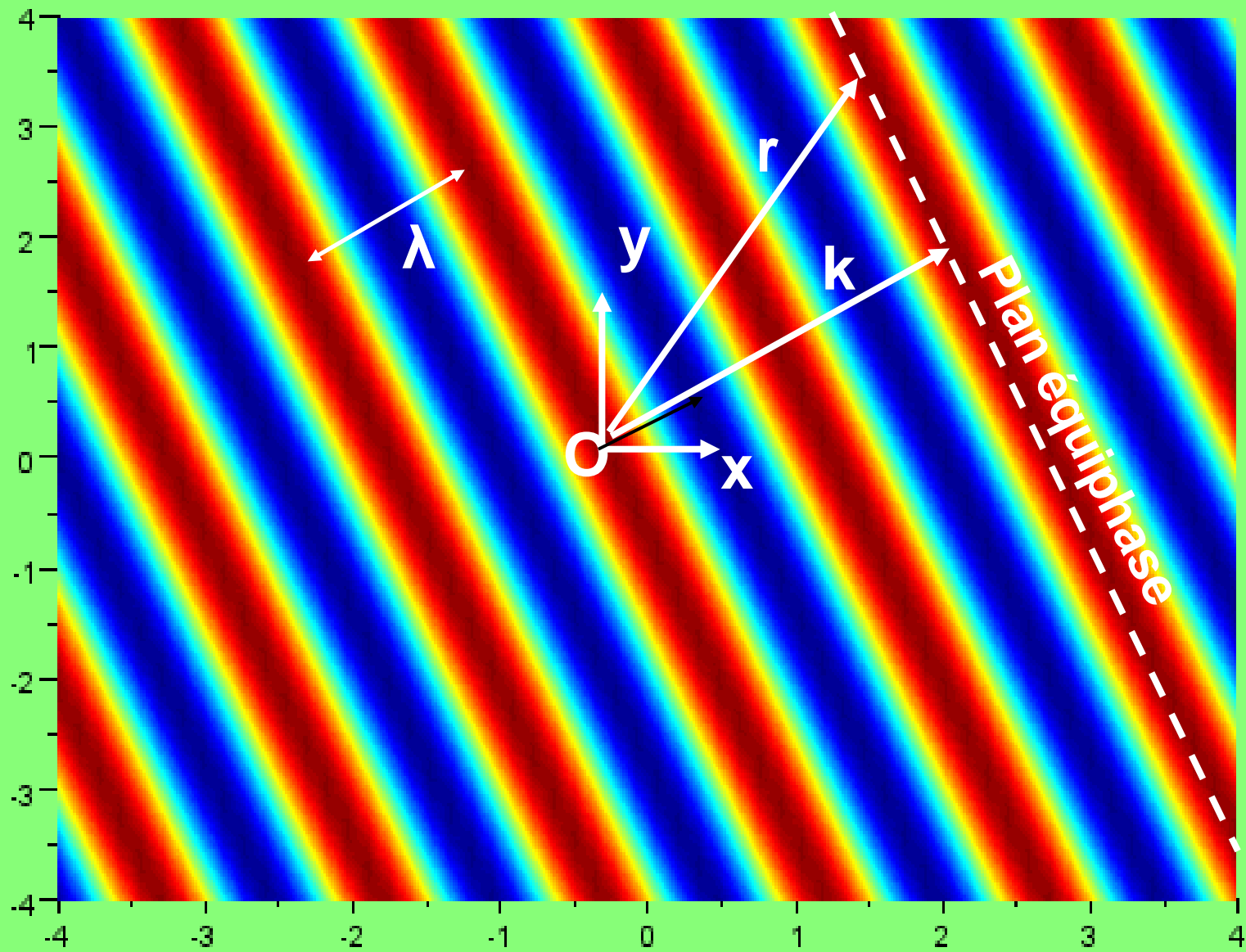
$$\|\vec{r}\| = r = OM$$

Tous les points d'un plan
orthogonal à k ont la même
phase

→ Surfaces équiphasées =
plans







Solutions harmoniques 3D

Exemple 2: Ondes sphériques 3D

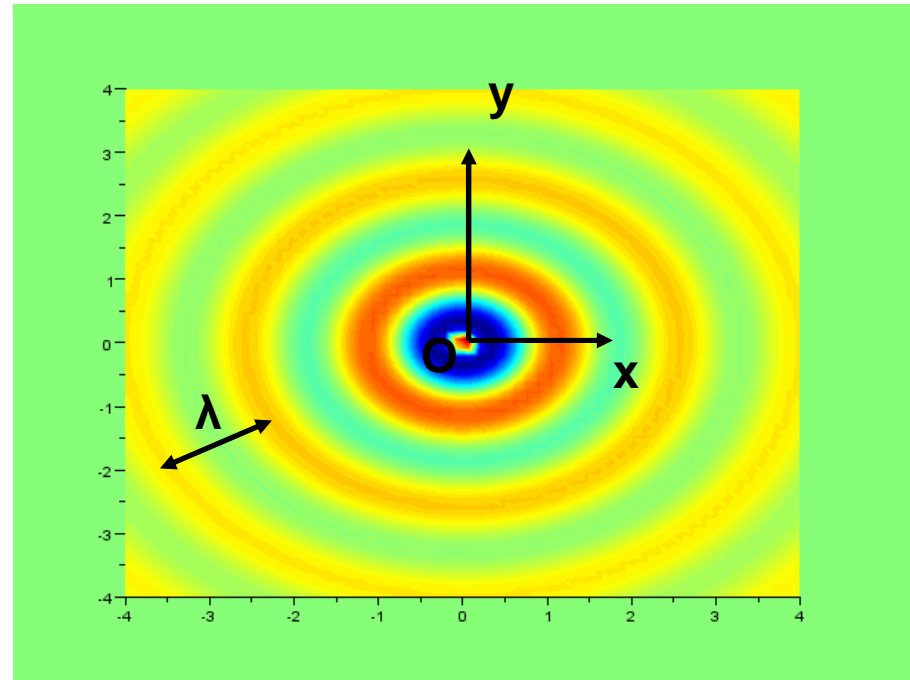
$$f(x, y, z, t) = \frac{f_0 \cos(\omega t \pm kr + \varphi)}{r}$$

$$\|\vec{k}\| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\|\vec{r}\| = r = OM$$

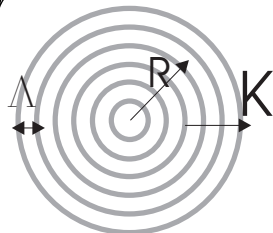
Tous les points d'une sphère centrée sur O ont la même phase.

→ Surfaces équiphasées = sphères



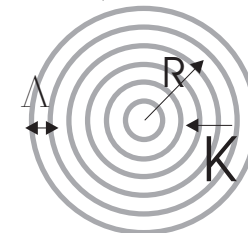
Onde divergente

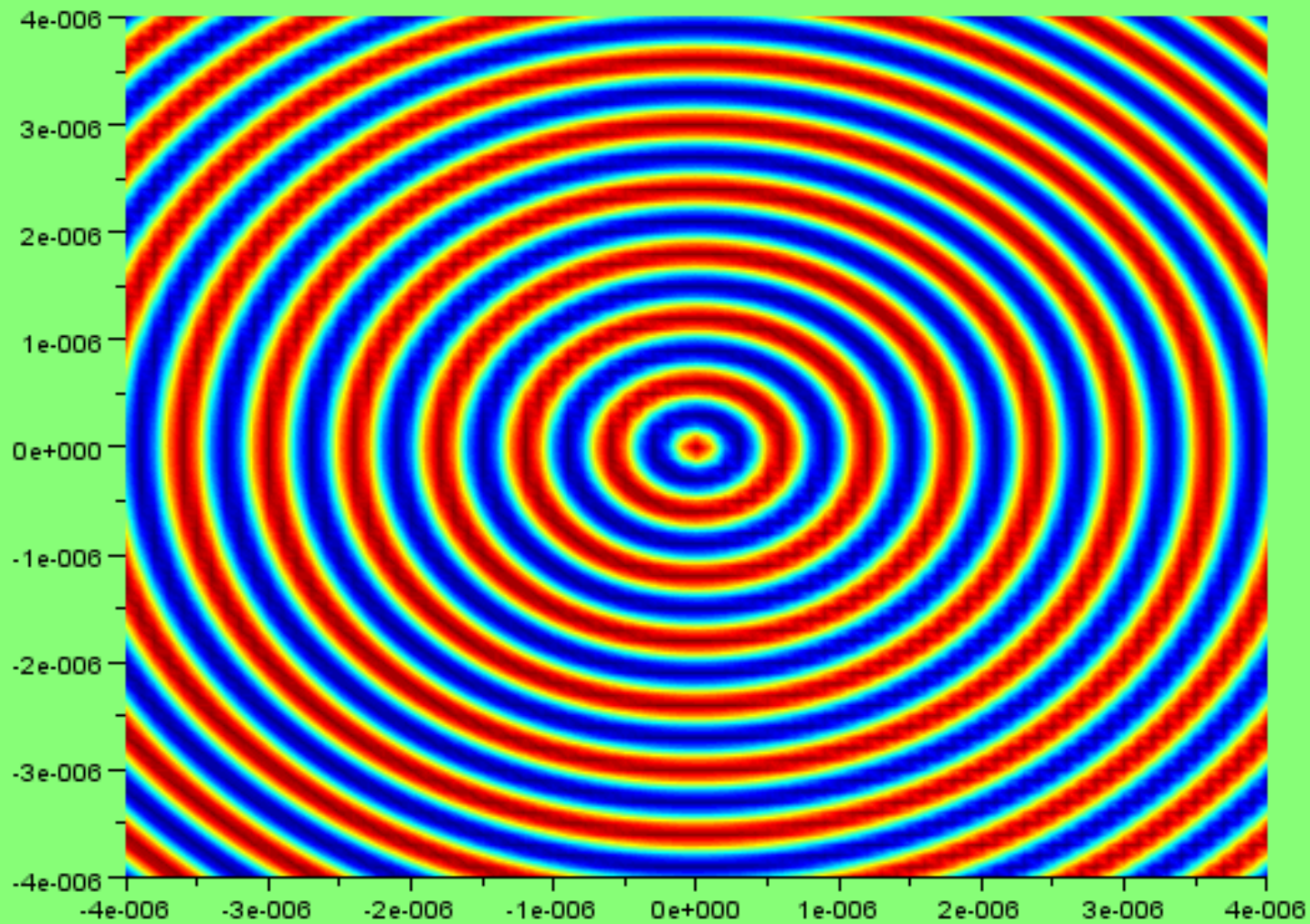
$$f = \frac{f_0}{r} \cos(\omega t - kr + \varphi)$$

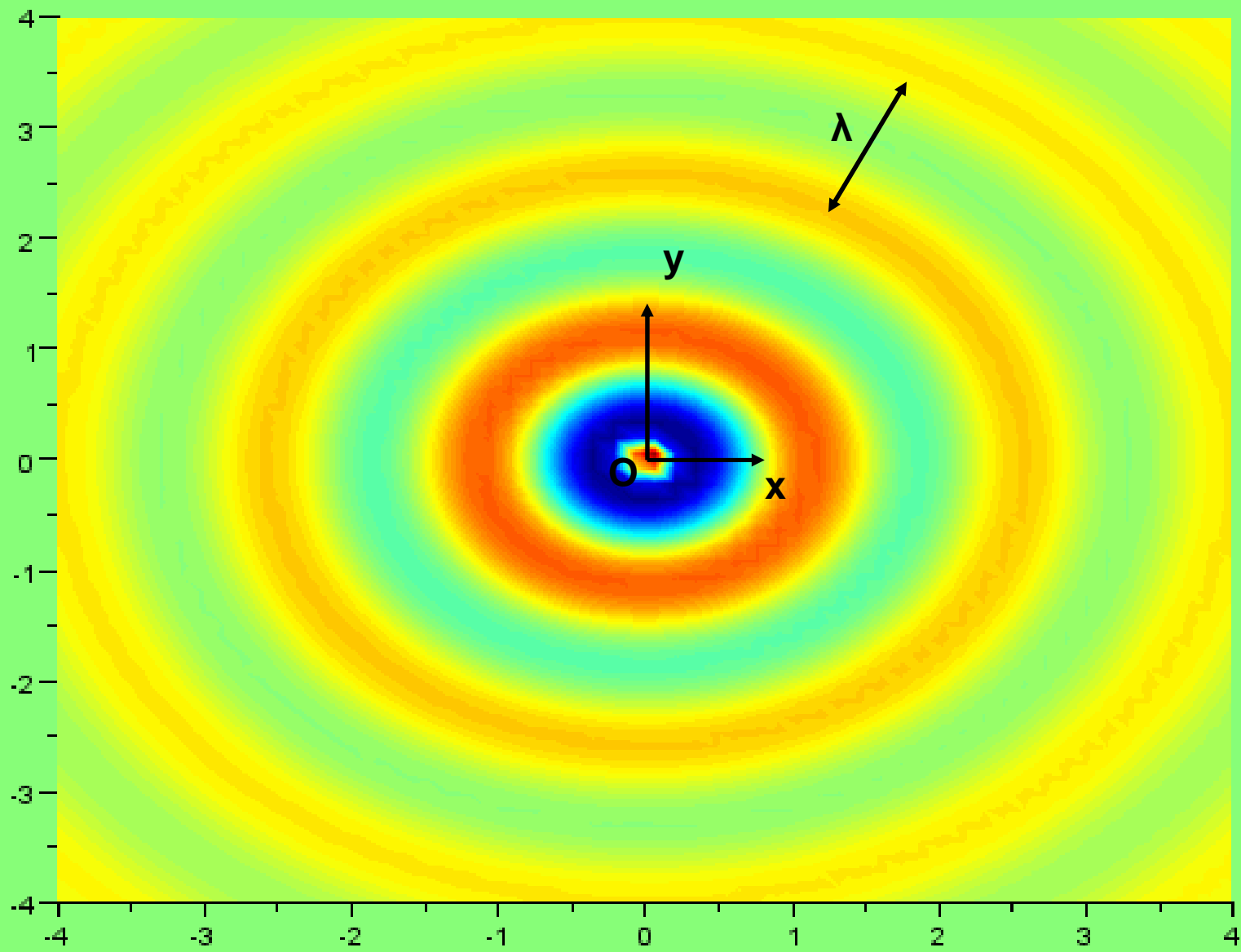


Onde convergente

$$f = \frac{f_0}{r} \cos(\omega t + kr + \varphi)$$







Notation complexe

Onde harmonique → dépendance temporelle de la forme

$$\cos(\omega t + \phi(\vec{r})) = \text{Re}\left(e^{-i(\omega t + \phi(\vec{r}))}\right)$$

On introduit alors l'amplitude complexe du champ $s(r,t)$ telle que

$$s(r,t) = \text{Re}\left(f(r,t)\right)$$

Exemples de l'onde plane

$$s(r,t) = f_0 \exp\left(-i(\omega t \pm \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)\right)$$

$$\vec{k} = k_x \vec{e}_x + k_y \vec{e}_y + k_z \vec{e}_z = k \vec{e}_u$$

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

$$\|\vec{k}\| = k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\|\vec{r}\| = r = OM$$

Exemples de l'onde sphérique

$$s(r,t) = \frac{f_0 \exp\left(-i(\omega t \pm \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)\right)}{r}$$

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\|\vec{r}\| = r = OM$$

3- Ondes électromagnétiques

La lumière est une onde électromagnétique

Le champ électrique \mathbf{E} et le champ magnétique \mathbf{B} sont des champs vectoriels. Ils obéissent aux équations de Maxwell qui, dans le vide (loin des sources) prennent la forme:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \wedge \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Lorsque l'on combine ces équations, on obtient une équation de d'Alembert pour chaque composante des champs \mathbf{E} et \mathbf{B}

$$\nabla^2 \vec{E} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

Structure d'une onde électromagnétique plane polarisée linéairement

Si le champ électrique est de cette forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \vec{e}_u$$

ALORS :

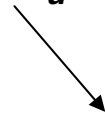
- L'onde se propage dans la direction du vecteur \vec{k} (vecteur d'onde)
- $\vec{k} = \omega/c$, avec

$$\epsilon_0 \mu_0 = 1/c^2 \quad \text{Vitesse de la lumière !!!}$$

- \vec{k} est perpendiculaire à \vec{E} , donc à \vec{e}_u



Direction de propagation



Direction de polarisation

Onde lumineuse = onde transverse

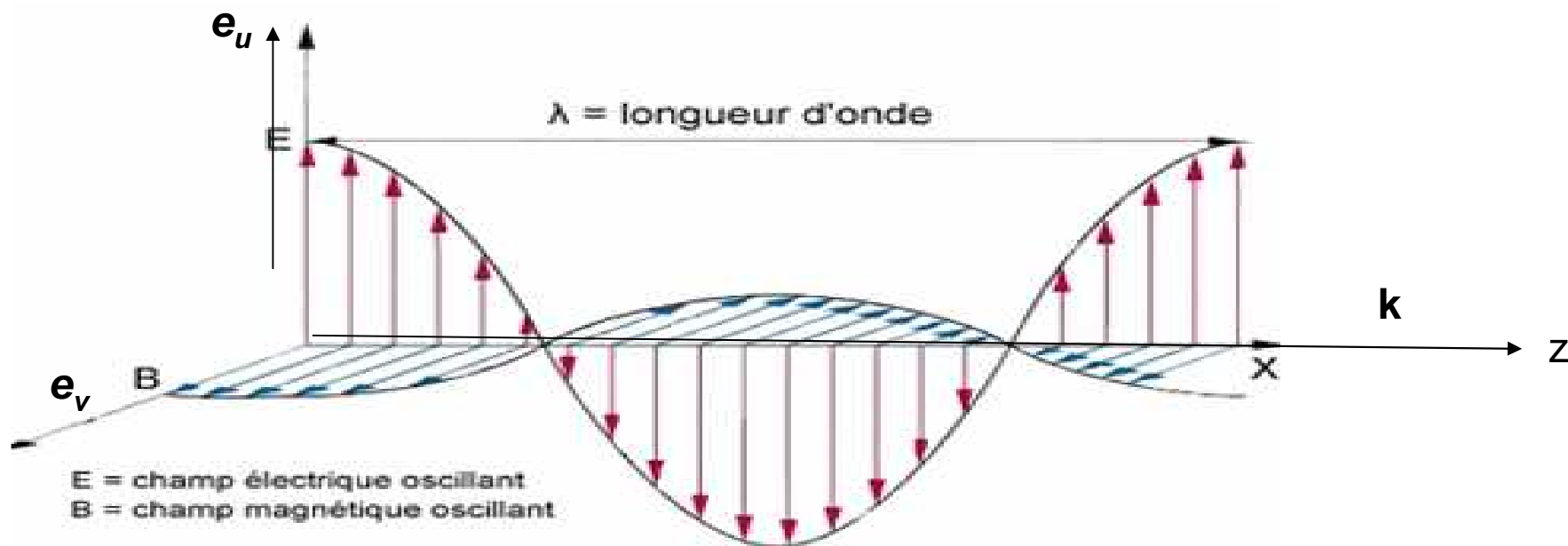
Structure d'une onde électromagnétique plane polarisée linéairement

Et le champ magnétique ? Grâce aux Eq. de Maxwell, si on connaît \mathbf{E} , on connaît \mathbf{B} !

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = B_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}) \vec{e}_v$$

De plus :

- $B_0 = E_0/c$
- \mathbf{k} est orthogonal à \mathbf{B} , donc à \mathbf{e}_v , de plus \mathbf{e}_v est orthogonal à \mathbf{e}_u



Structure d'une onde électromagnétique plane polarisée linéairement

La direction de propagation de l'énergie électromagnétique est donnée par le vecteur de Poynting:

$$\vec{\pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Conséquence π est orthogonal à \mathbf{E} et à \mathbf{B} , donc parallèle à \mathbf{k} :
l'énergie se propage dans la même direction que le vecteur d'onde !

Le module de π est **une puissance par unité de surface** I (W.m⁻²)

$$\|\vec{\pi}\| = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)$$

$$I = \langle \|\vec{\pi}\| \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2 \quad \text{Moyenne du carré du champ}$$

I est proportionnelle au carré du champ

Les détecteurs optiques

- Les détecteurs optiques (y compris l'œil) sont quadratiques: ils sont sensibles au carré du champ (vecteur de Poynting).
- Les détecteurs n'ont pas une réponse instantanée. Temps de réponse T
- **Ce temps est TRES GRAND DEVANT LA PERIODE OPTIQUE**
- Longueur d'onde optique: $\lambda=500$ nm donc la période optique vaut $\lambda/c = 1,66 \cdot 10^{-15}\text{s} = 1,66$ femtosecondes (fs)
- **Or $T > \text{ps}$**

Modélisation du détecteur optique

Le signal U délivré par le détecteur est proportionnel au carré du champ (ou proportionnel au module du vecteur de Poynting π) moyenné sur un temps T très long devant la période optique.

$$U \propto \frac{1}{T} \int_{-T}^0 \varepsilon_0 c |E(M, t - t')|^2 dt'$$

$$U \propto \left\langle \varepsilon_0 c |E(M, t - t')|^2 \right\rangle$$

$$U \propto I(M, t)$$

Rappel: $\langle \cos(\omega t + \phi) \rangle = 0$

$$\langle \cos^2(\omega t + \phi) \rangle = 1/2$$

$$\langle \text{const} \rangle = \text{const}$$

Amplitude scalaire du champ lumineux

Comme
$$\|\vec{\pi}\| = \varepsilon_0 c E_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi)$$

Alors
$$I(M, t) = \langle \|\vec{\pi}\| \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_0^2$$

En notations complexes
$$I(M, t) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \bar{E}(r, t) E^*(r, t)$$

On introduit l'amplitude complexe S du champ lumineux telle que

$$I(M, t) = S(r, t) S^*(r, t)$$

Le champ électromagnétique est alors décrit par un champ scalaire complexe $S(r, t)$ proportionnel à l'amplitude du champ E

4-Phénomène d'interférences

Superposition de deux ondes harmoniques

On s'intéresse au champ observé par un détecteur situé au point M lorsque deux ondes « 1 » et « 2 » arrivent en M.

Ces deux ondes sont harmoniques et **ont la même fréquence**

$$s_1(M, t) = a_1 \cos(\omega t + \psi_1(M))$$

$$s_2(M, t) = a_2 \cos(\omega t + \psi_2(M))$$

$$s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$$

Le champ en M est la superposition des champs des deux ondes 1 et 2

Quel signal délivre le détecteur ???

⇒ **On passe en notation complexe $s_1 \rightarrow S_1$**

⇒ **On calcule le module au carré du champ total S**

Signal résultant de la superposition de deux ondes

$$I(M) = |S_1(M, t) + S_2(M, t)|^2 = (S_1(M, t) + S_2(M, t))(S_1^*(M, t) + S_2^*(M, t))$$

$$I(M) = S_1(M, t)S_1^*(M, t) + S_2(M, t)S_2^*(M, t) + S_1(M, t)S_2^*(M, t) + S_2(M, t)S_1^*(M, t)$$

$$I(M) = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 \left(e^{-i\alpha t + i\psi_1(M)} e^{i\alpha t - i\psi_2(M)} + e^{-i\alpha t + i\psi_2(M)} e^{i\alpha t - i\psi_1(M)} \right)$$

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\psi_2(M) - \psi_1(M))$$

Notion d'interférence

→ L'existence du phénomène d'interférence est intimement liée à la manière de détecter les ondes électromagnétiques (détecteur quadratique lent)

→ Il y a interférence lorsque le signal délivré par le détecteur est différent de la somme des signaux que le détecteur délivre pour chaque onde seule.

$$I_M \neq I_1 + I_2$$

→ L'intensité $I(M)$ dépend de LA DIFFERENCE DE PHASE $\psi_2(M) - \psi_1(M)$ qui elle-même dépend de la position M

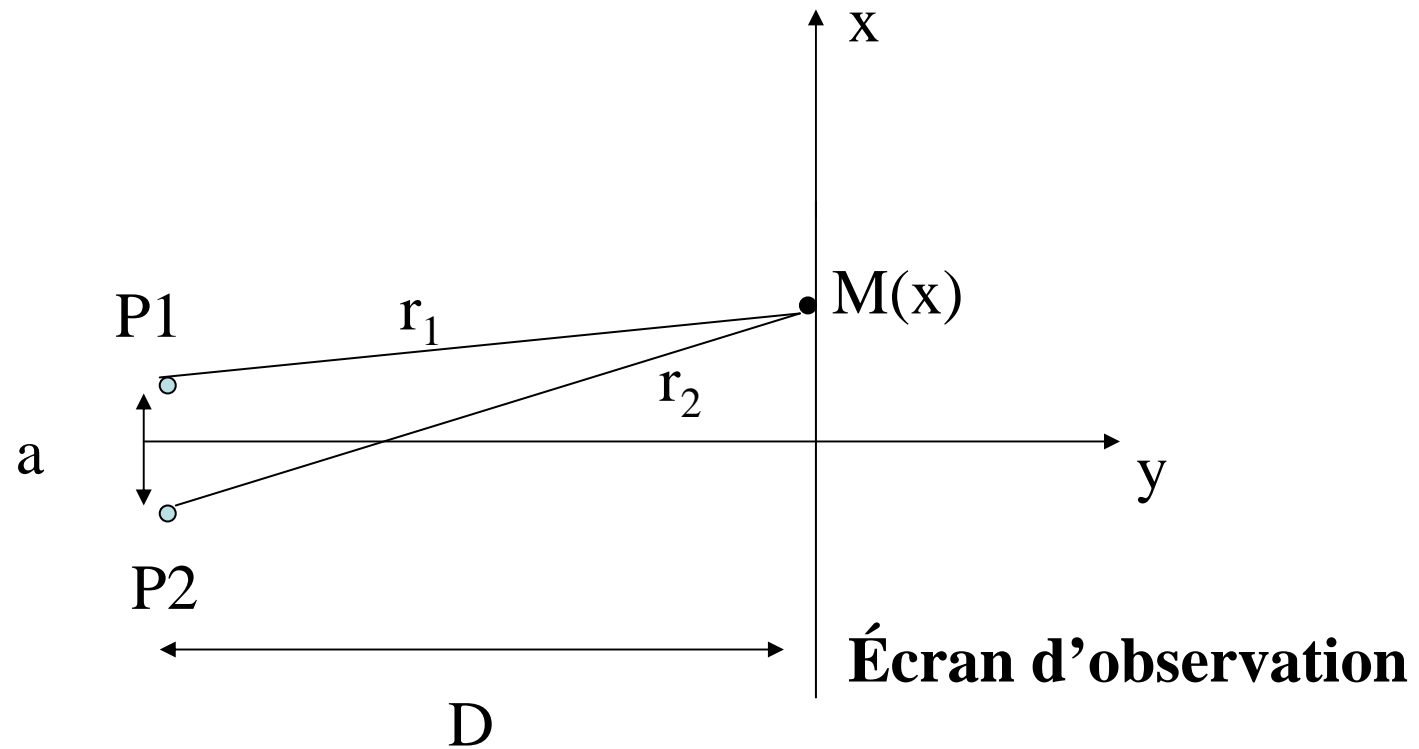
→ $I(M)$ est maximum si $\psi_2(M) - \psi_1(M) = 2\pi p$. Les points vérifiant cette relation forment une FRANGE BRILLANTE

→ $I(M)$ est minimum si $\psi_2(M) - \psi_1(M) = 2\pi p + \pi$. Les points vérifiant cette relation forment une FRANGE SOMBRE

Exemple: deux sources ponctuelles

Soient P_1 et P_2 deux sources de même fréquence émettant des ondes sphériques.

On suppose que a , et x petits devant D



Quelle est l'intensité sur l'écran ?

Exemple: deux sources ponctuelles

$$S(M, t) = S_1(M, t) + S_2(M, t)$$

$$s(M, t) = \frac{a_1 e^{-i\omega t + ikr_1 + i\phi_1}}{r_1} + \frac{a_2 e^{-i\omega t + ikr_2 + i\phi_2}}{r_2}$$

$$s(M, t) \approx \frac{a_1 e^{-i\omega t + ikr_1 + i\phi_1}}{D} + \frac{a_2 e^{-i\omega t + ikr_2 + i\phi_2}}{D}$$

$$I_M = \left\langle |s(M, t)|^2 \right\rangle = \left(\frac{a_1}{D} \right)^2 + \left(\frac{a_2}{D} \right)^2 + \frac{a_1 a_2}{D^2} \left(e^{i(kr_2 - kr_1 + \phi_1 - \phi_2)} - e^{i(kr_1 - kr_2 + \phi_2 - \phi_1)} \right)$$

$$I_M = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(k(r_2 - r_1) + \phi_1 - \phi_2)$$

Rq: on a supposé que $r_1, r_2 \sim D$ dans les préfacteurs

Détermination de la forme des franges d'interférence

Pythagore....

$$r_1 = \sqrt{D^2 + (x - a/2)^2 + y^2}$$
$$r_2 = \sqrt{D^2 + (x + a/2)^2 + y^2}$$

...+ un développement limité à l'ordre 1 en x

$$r_1 \approx D + a^2/(8D) - ax/(2D) + (x^2 + y^2)/2D$$
$$r_2 = D + a^2/(8D) + ax/(2D) + (x^2 + y^2)/2D$$

Donc: $r_2 - r_1 = ax/D$ **C'est la différence de marche**

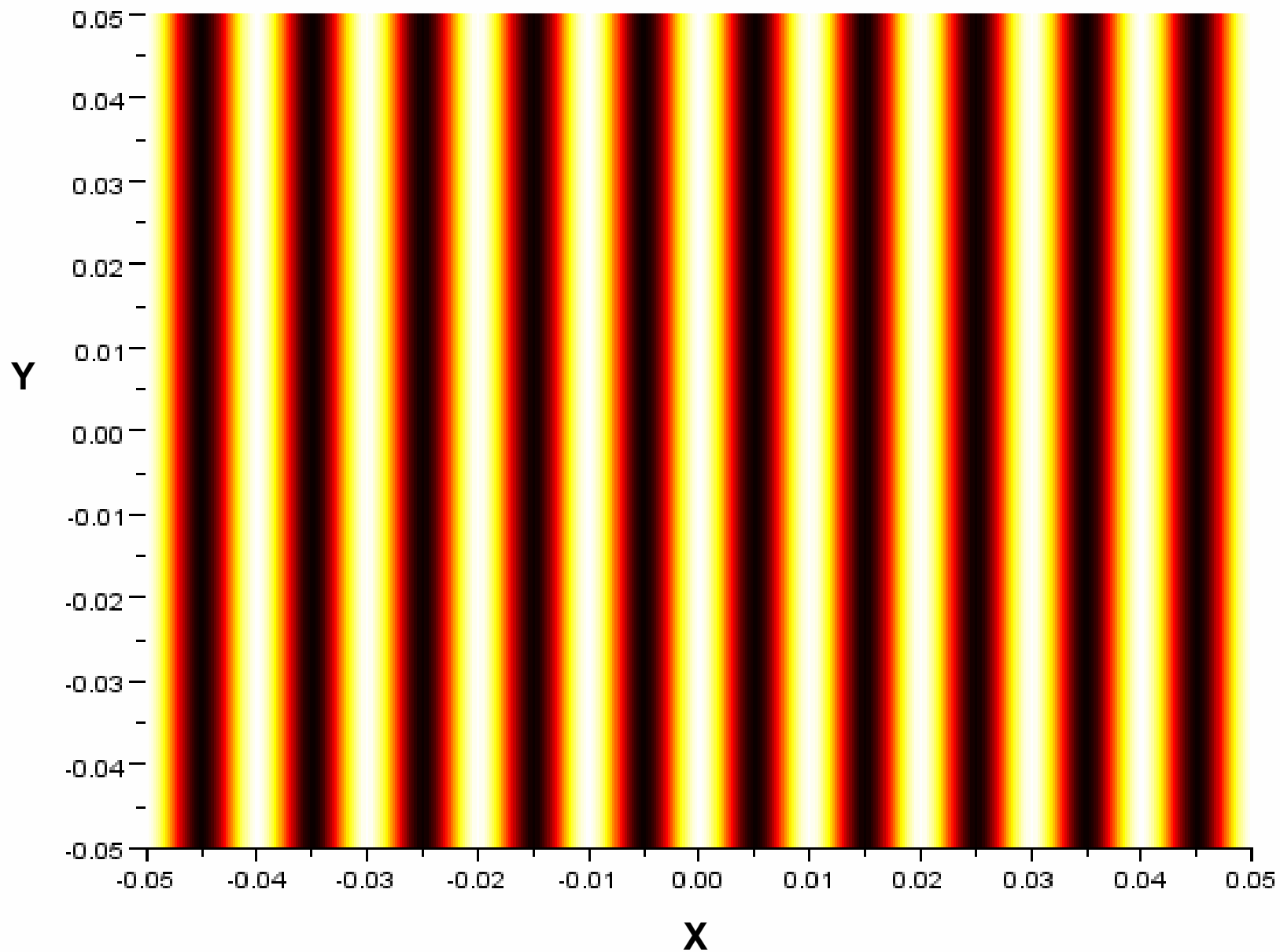
Finalement l'intensité sur l'écran vaut:

$$I_M = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(\frac{2\pi ax}{\lambda D} + \phi_1 - \phi_2\right)$$

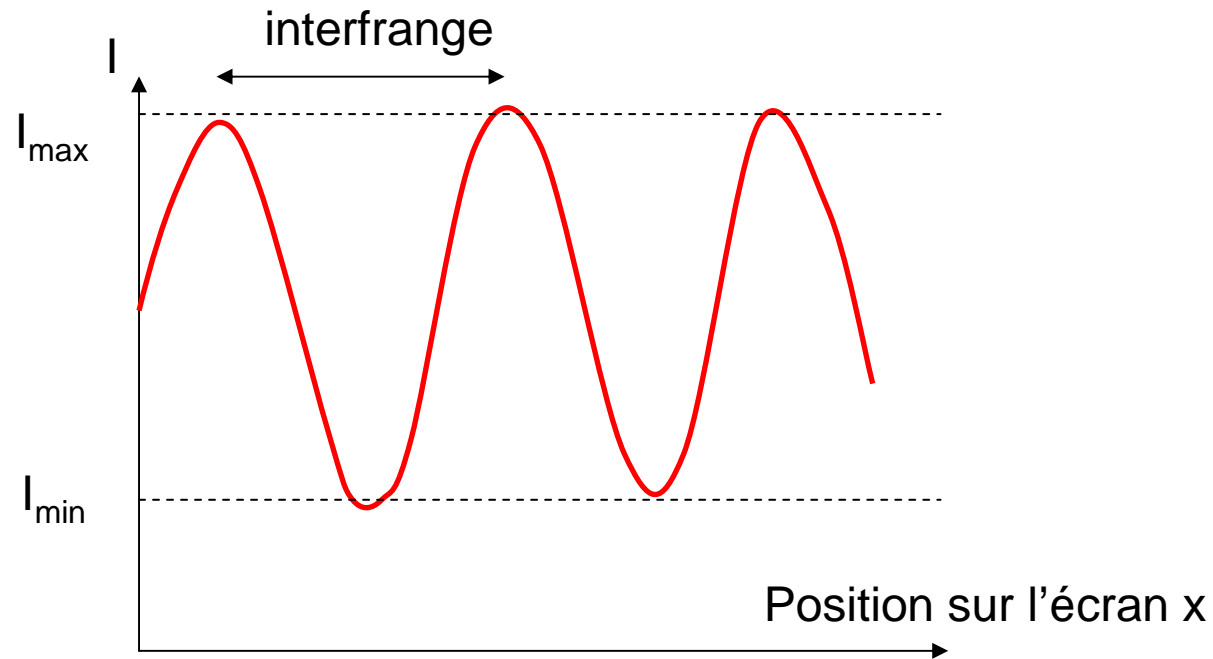
L'intensité varie sinusoidalement sur l'écran suivant la direction x.

La période spatiale de cette sinusoïde est: $i = \frac{\lambda D}{a}$ **interfrange**

Répartition de l'intensité sur un écran



Notion de contrastes



$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad 0 \leq C \leq 1$$

Contraste ou visibilité des franges

$C=0 \rightarrow$ pas de franges

$C=1 \rightarrow$ superbes franges !

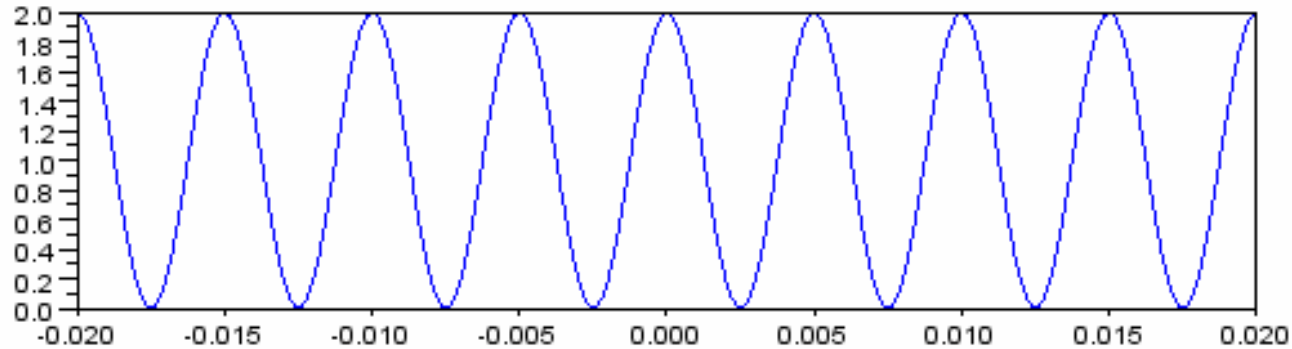
“Pour les Interférences à deux ondes :

$$C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$$

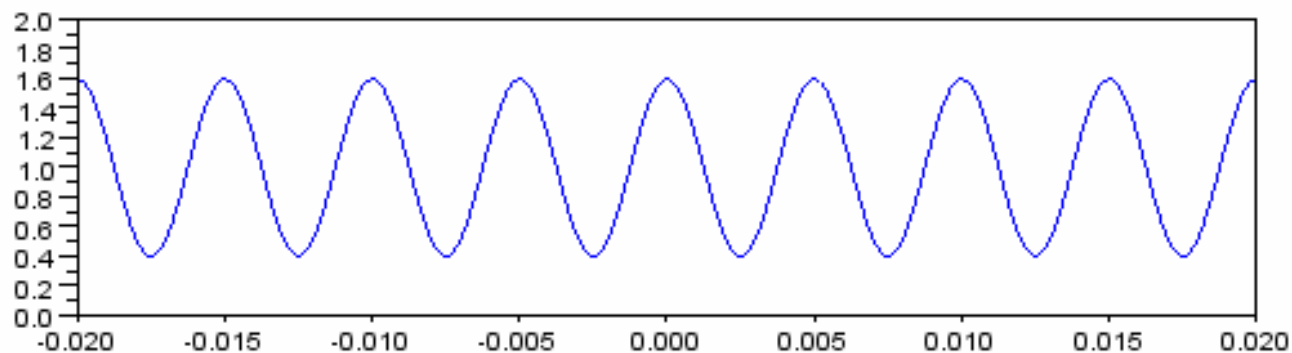
C est maximum (et vaut 1) si $I_1 = I_2$!

Intensité en M

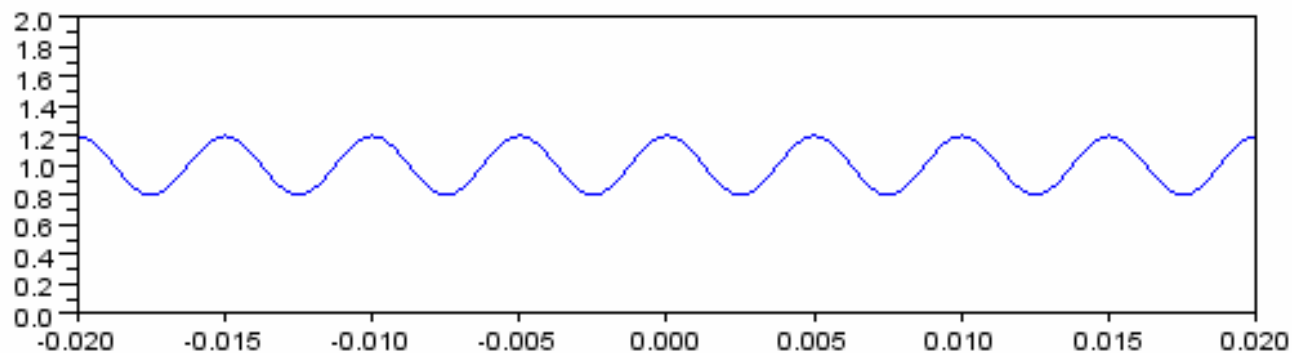
$I_1=0.5$
 $I_2=0.5$



$I_1=0.9$
 $I_2=0.1$



$I_1=0.99$
 $I_2=0.01$



Position x du point M

Bilan : interférences à deux ondes

L'intensité est toujours approximativement de la forme:

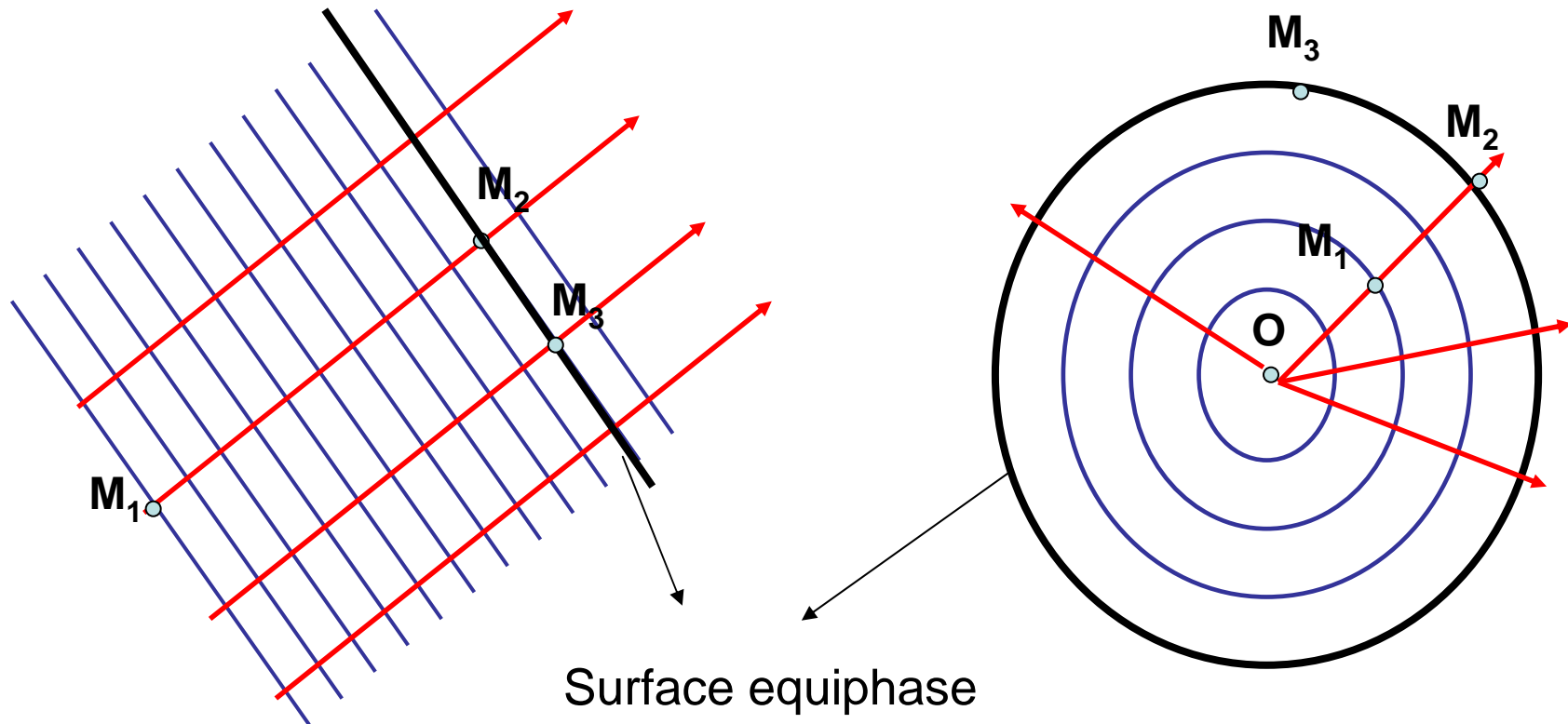
$$I_M = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\overbrace{\psi_2(r) - \psi_1(r) + \phi_2 - \phi_1}^{\text{Déphasage}})$$

$$\psi_2(r) - \psi_1(r) = k\delta_{21}(r) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta_{21}(r)$$

Différence de marche
C'est une distance

Le calcul de l'intensité en r se résume en définitive au calcul de la différence de marche en r

Lien avec l'optique géométrique



$$\phi_{21} = \vec{k} \cdot (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) = \frac{\omega}{c} M_1 M_2 = \frac{\omega}{c_0} (n M_1 M_2)$$

$$\phi_{21} = \frac{2\pi}{\lambda} (n M_1 M_2)$$

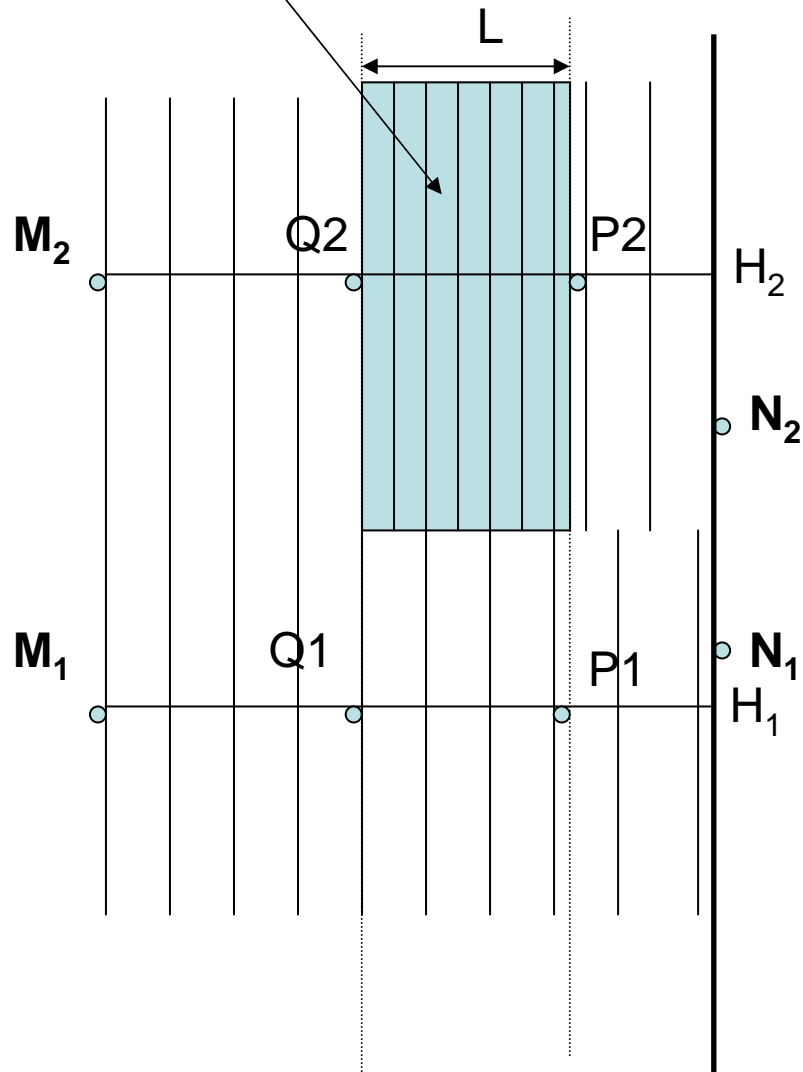
$$\phi_{31} = \phi_{21}$$

$$\phi_{21} = k r_2 - k r_1 = \frac{\omega}{c} M_1 M_2 = \frac{\omega}{c_0} (n M_1 M_2)$$

$$\phi_{31} = \phi_{21}$$

Milieu d'indice n

Lien avec l'optique géométrique

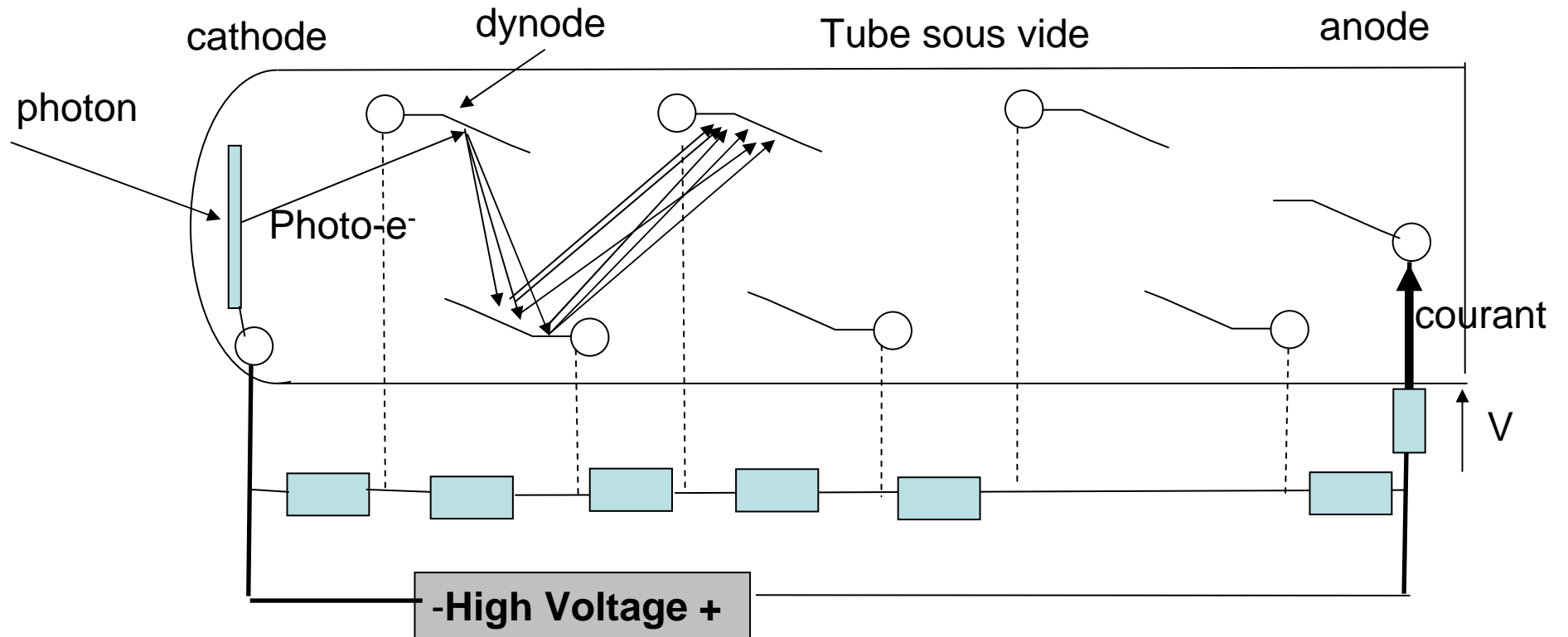


Déphasage entre N_2 et N_1

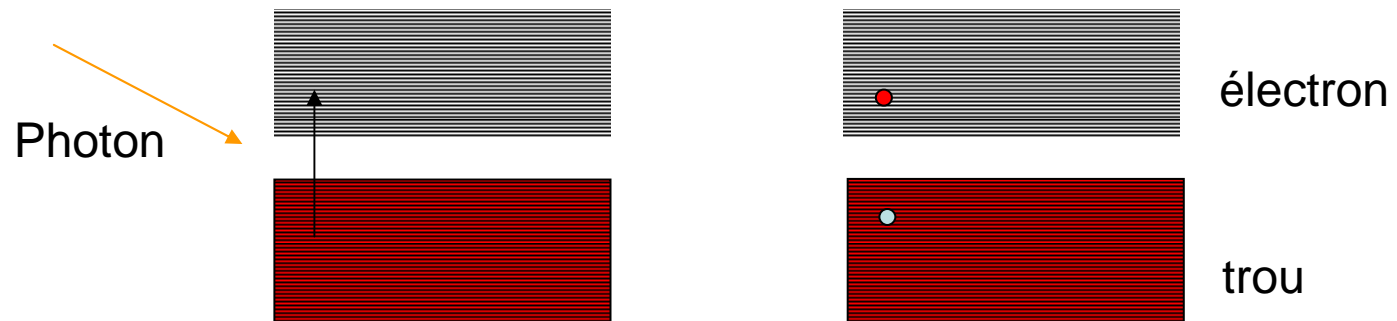
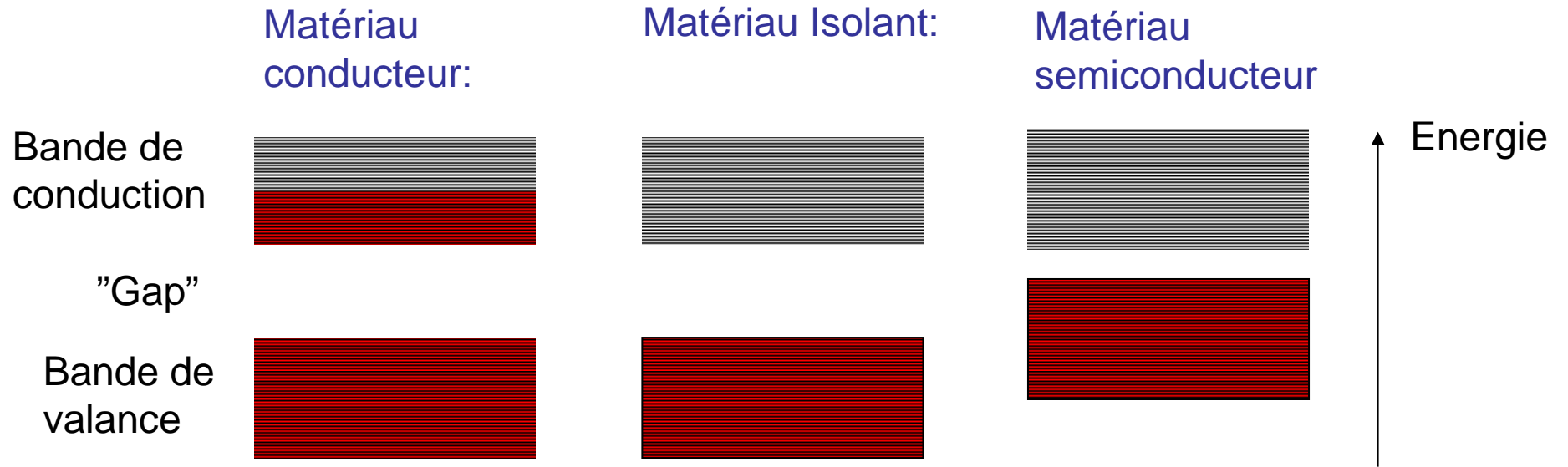
$$\begin{aligned}\phi_{21} &= \phi_{N_2} - \phi_{N_1} = \phi_{H_2} - \phi_{H_1} \\ &= \phi_{P_2} + \frac{2\pi}{\lambda} H_2 P_2 - \phi_{P_1} - \frac{2\pi}{\lambda} H_1 P_1 \\ &= \phi_{P_2} - \phi_{P_1} \\ &= \phi_{Q_2} + \frac{2\pi n}{\lambda} Q_2 P_2 - \phi_{Q_1} - \frac{2\pi}{\lambda} Q_1 P_1 \\ &= \phi_{Q_2} + \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)L - \phi_{Q_1} \\ &= \phi_{M_2} + \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)L - \phi_{M_1} \\ &= \frac{2\pi}{\lambda} (n-1)L\end{aligned}$$

Annexe: détecteurs quadratiques

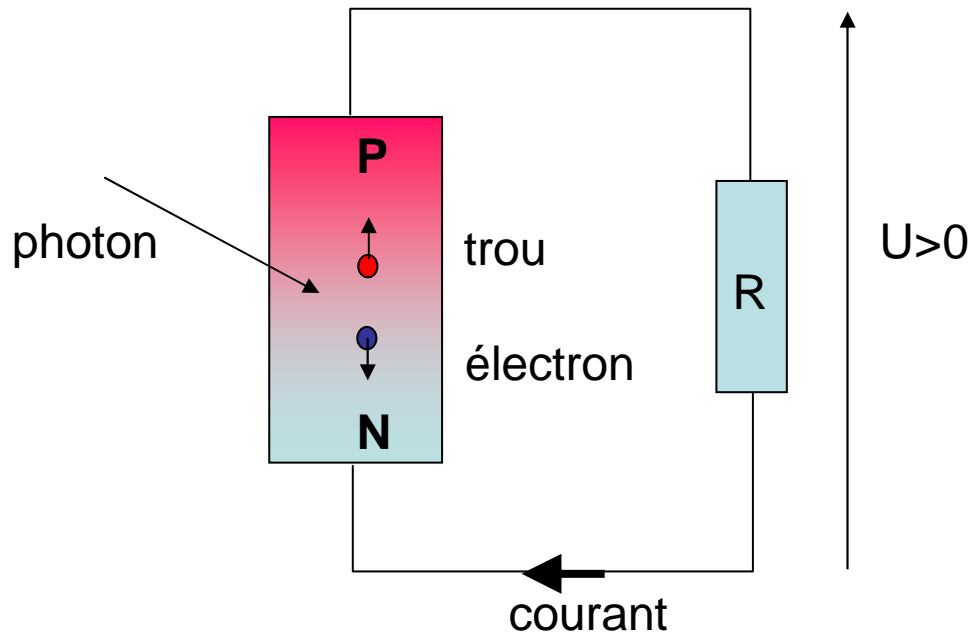
Photomultiplicateur



Semiconducteurs

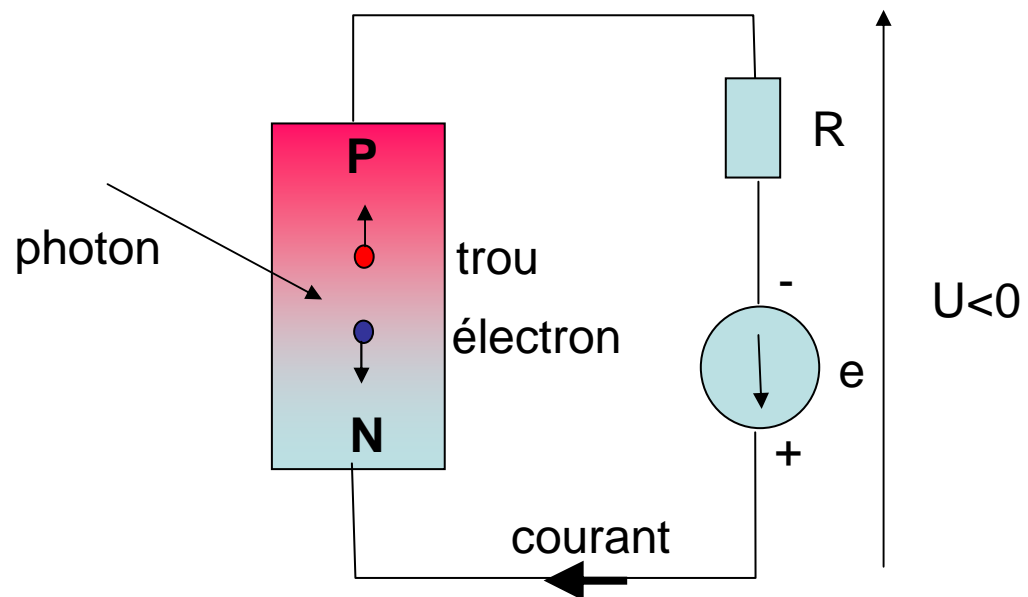


Fonctionnement en photopile

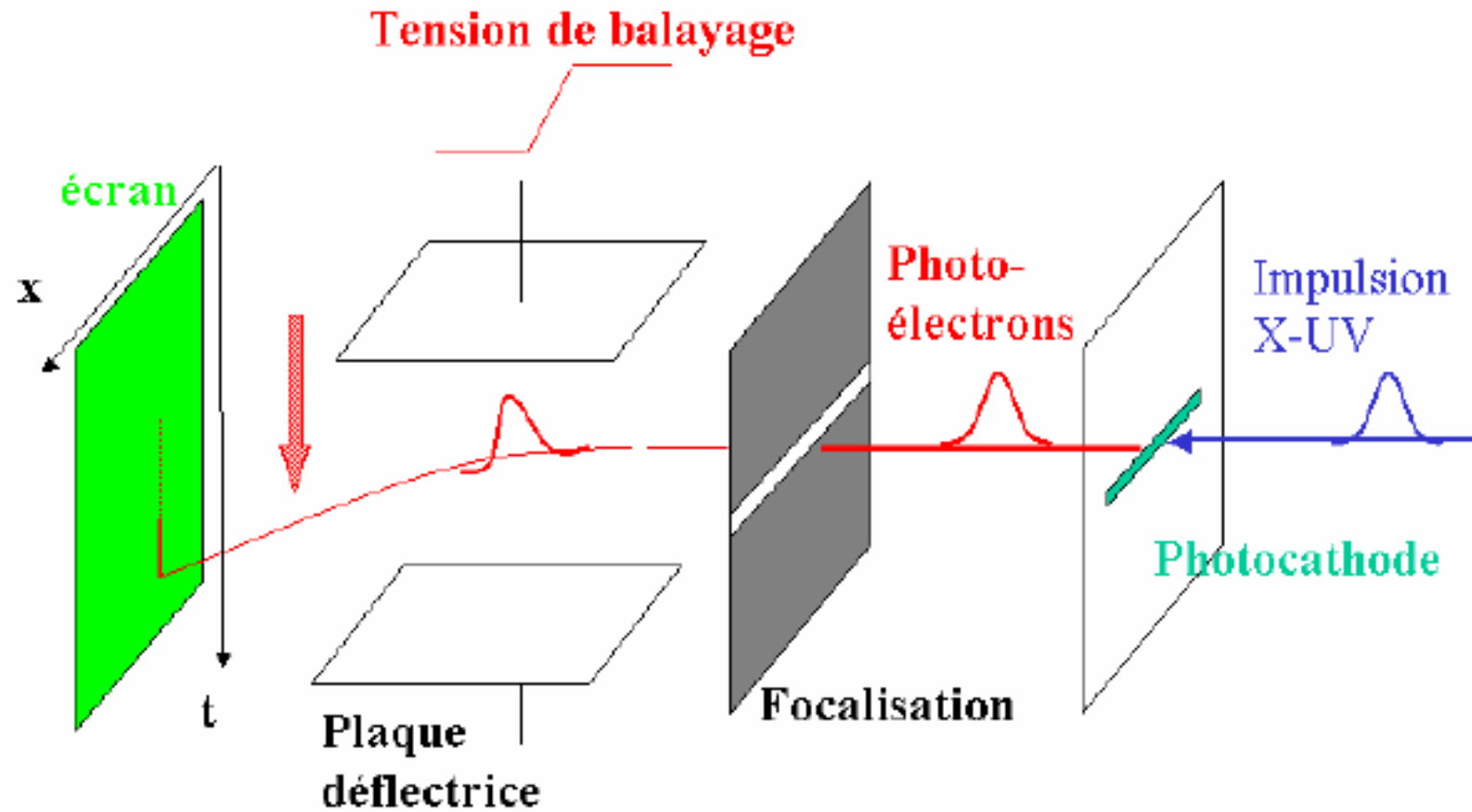


Photodiodes

Fonctionnement en photodiode polarisée en inverse

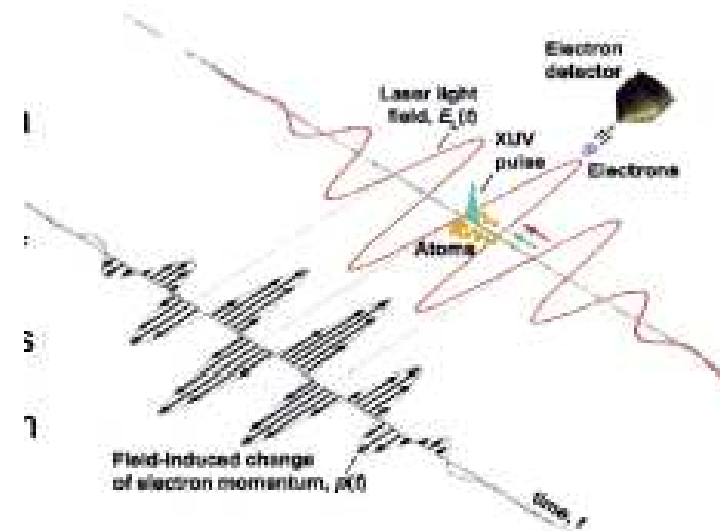
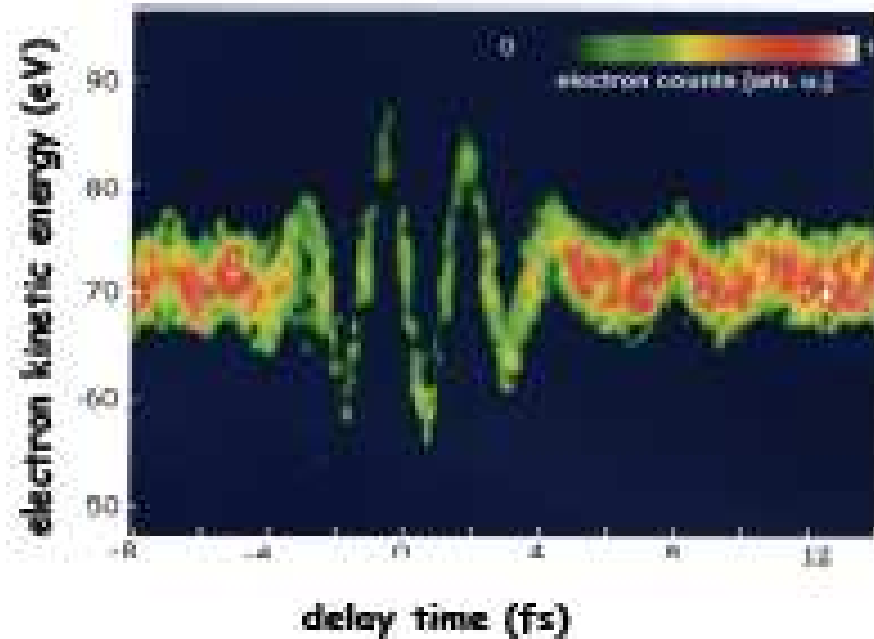


Caméra à balayage de fente



Résolution de l'ordre de la picoseconde

Mesure à l'échelle du cycle possibles depuis peu...



La source mesurée n'est toutefois pas quelconque: c'est un laser émettant des impulsions femtosecondes

La méthode de mesure utilise des impulsions lumineuses plus brèves que le cycle optique à mesurer (attoseconde!)...impulsions X !