

Examen Ondes Matière, rayonnement :  
pratiques et méthodes expérimentales.

Cet examen porte sur les 4 thèmes traités pendant les séances de Physique expérimentale (RMN, Rayons X , HF et Optique). La durée que vous devez consacrer à chaque thème est d'environ 45 min. Chaque thème compte pour  $\frac{1}{4}$  de la note finale. Vous devez rédiger chaque partie sur une double feuille indépendante que vous devez obligatoirement restituer à la fin de l'heure, même si vous n'y avez rien écrit. La partie HF doit être rédigée directement sur la feuille du sujet. Reporter le N° d'anonymat sur les 4 feuilles. N'oubliez pas de remettre les figures annotées ou commentées

I. Partie sur la Résonance Magnétique Nucléaire (RMN)  
(durée indicative : 45 min)

*Les questions 1-6 sont indépendantes.*

Dans ce problème on s'intéresse à la RMN du proton, dont on rappelle le rapport gyromagnétique  $\gamma_H = 267.47 \cdot 10^6 \text{ rad/s/T}$  soit  $\frac{\gamma_H}{2\pi} = 42.57 \text{ MHz/T}$

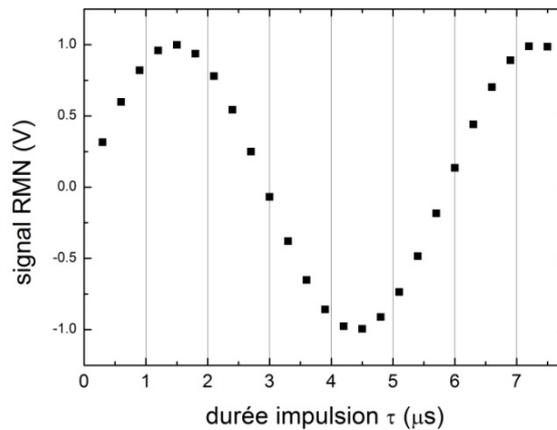
- 1) Faire un schéma d'une expérience de RMN. Faites apparaître les différents champs magnétiques utilisés et les éléments principaux du spectromètre.
- 2) Dans le contexte de la RMN, expliquer ce que signifie la situation de résonance ?
- 3) Soit un spectre RMN dont la plage de fréquences s'étend de 42.3MHz à 42.4MHz. Quelle est la condition sur la durée des impulsions radiofréquence pour pouvoir l'observer (c.à.d. pour que la condition de résonance soit respectée sur tout le spectre) ?
- 4) A la résonance, après une impulsion de durée  $\tau$  appliquée à un système de protons indépendants, les spins nucléaires sont décrits par l'état :

$$|\psi(\tau)\rangle = \cos\left(\frac{1}{2}\gamma B_1 \tau\right) e^{\frac{1}{2}i\omega_N \tau} |+\rangle + \sin\left(\frac{1}{2}\gamma B_1 \tau\right) e^{-\frac{1}{2}i\omega_N \tau} |-\rangle$$

où  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$  sont les états propres de l'opérateur de spin  $I_z$ .

a) Calculer la valeur moyenne  $\langle \psi(\tau) | I_z | \psi(\tau) \rangle$

b) Interpréter les résultats expérimentaux suivants. On donnera en particulier la valeur de  $\tau$  correspondant à une impulsion  $\pi/2$  et on calculera l'amplitude du champ  $B_1$  utilisée dans l'expérience.



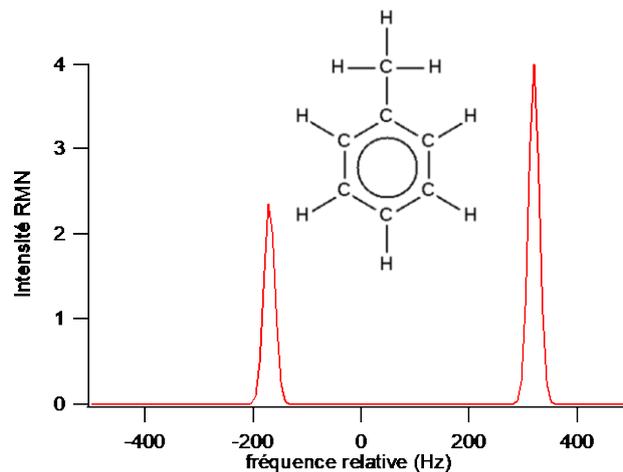
5) On a enregistré un spectre proton de toluène montré ci-dessous.

La fréquence de référence du spectromètre était de  $300\text{MHz} \pm 1\text{Hz}$ .

a) quelles sont les fréquences de Larmor correspondant aux deux pics à  $-170\text{Hz}$  et  $320\text{Hz}$ ?

b) à quels groupements de la molécule peut-on attribuer ces pics ?

c) à quel champ a été faite cette mesure? Donnez une barre d'erreur de votre estimation.



6) Pour un système de deux spins équivalents couplés par l'interaction dipolaire:

- combien y a-t-il d'états propres?
- combien de transitions peut-on observer?
- pourquoi certaines transitions ne sont pas observables en RMN? Quelles sont les règles de sélection des transitions observables?

## II Production des Rayons X

La figure II doit être complétée et rendue avec votre copie. N'oubliez pas d'y inscrire votre nom.

### II.1 Spectre de la source à Rayons X

On considère le spectre d'un tube RX au cuivre de la figure II-a obtenu à l'aide du montage utilisé pendant les séances de Travaux pratiques pour lequel le cristal analyseur de LiF a été remplacé par un monocristal de pentaerythritol (PET). L'angle  $\theta$  est l'angle entre le faisceau RX incident et la surface du cristal analyseur.

1. Effectuer un schéma du montage expérimental permettant d'obtenir un tel spectre. On placera le tube (sans le détailler), le cristal analyseur, les angles  $\theta$  et  $2\theta$  ainsi que le détecteur.
2. Rappeler la loi de Bragg reliant la longueur d'onde  $\lambda$ , l'angle de diffraction  $\theta$  et la distance  $d$  entre deux plans réticulaires du cristal analyseur. Le pic correspondant à la transition  $K_{\beta_1}$  est obtenu au premier ordre ( $n=1$ ) pour un angle  $2\theta = 18.25^\circ$ . En déduire la distance  $d$  entre plans atomiques du cristal analyseur. Situer la transition  $K_\alpha$  pour  $n = 1$  sur le spectre. Donner les angles  $\theta$  de ces deux transitions pour les ordres supérieurs ( $n > 1$ ) visibles sur le spectre.
3. Identifier sur la figure II-a le rayonnement de freinage. Quelle est son origine physique ? Quelle est approximativement la tension de fonctionnement du générateur ? On rappelle que l'énergie  $E$  en eV est reliée à la longueur d'onde  $\lambda$  (en Å) par :  $E = 12400/\lambda$ .

On donne  $\lambda_{K_\alpha}^{Cu} = 1.542$  Å et  $\lambda_{K_\beta}^{Cu} = 1.400$  Å

### II.2 Absorption des Rayons X

On place sur le trajet des rayons X produits par ce tube au Cuivre un filtre en Nickel (Ni) pur d'épaisseur  $e$  inconnue. La figure II-b montre les spectres du tube obtenus avec et sans filtre de Nickel pour  $35^\circ < 2\theta < 45^\circ$ .

1. Identifiez sur la figure II-b les deux spectres en justifiant votre réponse. Estimez l'énergie (en eV) d'ionisation du niveau K du Nickel ?
2. Rappeler la loi de Beer-Lambert donnant l'intensité  $I(\lambda)$  transmise par un corps pur de masse volumique  $\rho$ , de coefficient d'absorption massique  $\mu(\lambda)$  et d'épaisseur  $e$ , soumis à un rayonnement d'intensité  $I_0$
3. Sachant que l'intensité  $I_0$  mesurée en l'absence de filtre pour la transition  $K_\alpha$  est  $I_0(\lambda_{K_\alpha}) = 151000s^{-1}$  et que celle mesurée pour la même longueur d'onde en présence du filtre de Nickel est  $I(\lambda_{K_\alpha}) = 56800s^{-1}$ , déterminez l'épaisseur  $e$  du filtre de Nickel.
4. L'intensité  $I_0$  mesurée en l'absence de filtre pour la transition  $K_\beta$  est  $I_0(\lambda_{K_\beta}) = 33300s^{-1}$ . Celle mesurée pour la même longueur d'onde en présence du filtre de Nickel est  $I(\lambda_{K_\beta}) = 100s^{-1}$ . Déterminez le coefficient d'absorption massique  $\mu(\lambda_{K_\beta})$  du filtre de Nickel pour la transition  $K_\beta$  du cuivre. Comparez les deux valeurs  $\mu(\lambda_{K_\beta})$  et  $\mu(\lambda_{K_\alpha})$ . Conclure

On donne  $\rho_{Ni} = 8.9$  g/cm<sup>3</sup>,  $\mu(\lambda_{K_\alpha}) = 45.7$  cm<sup>2</sup>g<sup>-1</sup>

Fig II-a : Spectre du tube Cu obtenu avec un cristal analyseur de PET

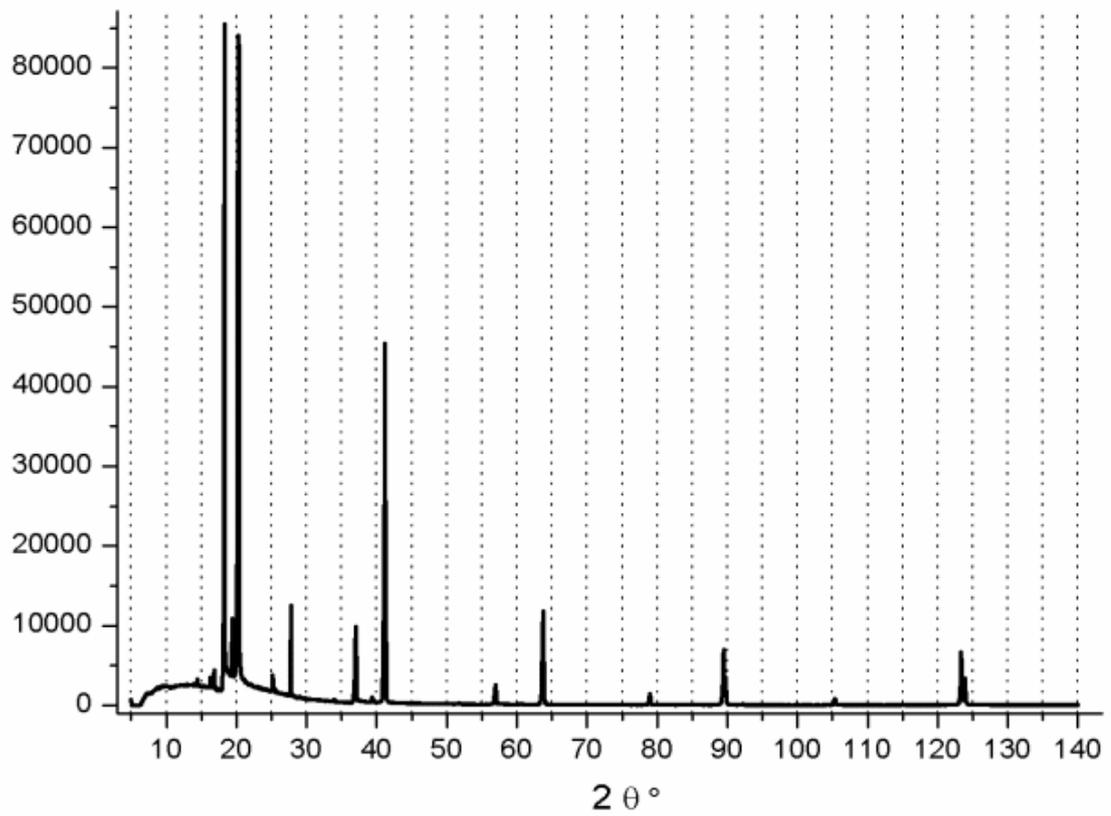
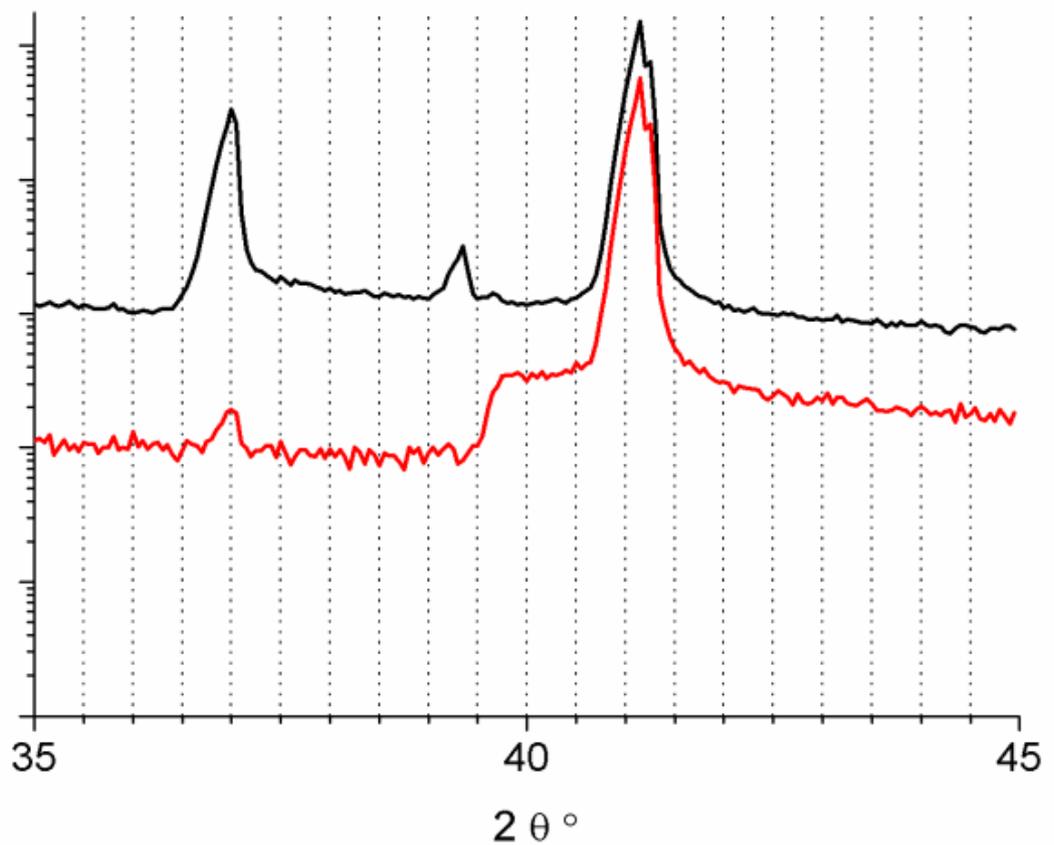


Fig 2b : Spectres du tube Cu avec et sans Filtre Ni



### III - Questions sur les expériences d'Optique *durée indicative: 45 mn*

#### I Spectromètre à transformée de Fourier

On utilise un interféromètre de Michelson pour déterminer la largeur spectrale d'une source monochromatique de lumière. On appelle  $M_1$  et  $M_2$  les deux miroirs de l'interféromètre. On règle ces miroirs pour que l'interféromètre soit en configuration de lame d'air. On observe la figure d'interférence dans le plan focal d'une lentille convergente. On enregistre l'intensité lumineuse  $I(t)$  au centre de la figure d'interférence lorsque l'on translate le miroir  $M_1$  à l'aide d'un moteur.

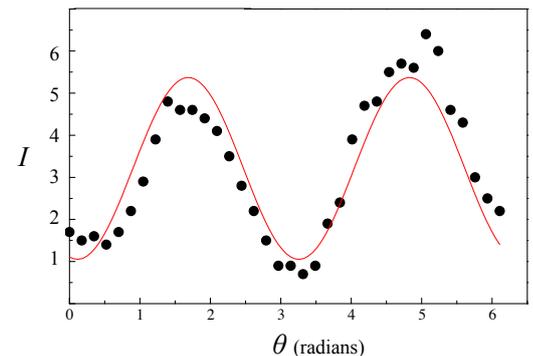
- 1) Comment sont disposés les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  en configuration de lame d'air ? A quoi ressemble alors la figure d'interférence observée ? (faire un schéma).
- 2) Tracer qualitativement l'allure de l'intensité de l'anneau central enregistrée en fonction du temps (sur un oscilloscope par exemple) lorsque l'on translate le miroir  $M_1$ . Que faut-il connaître pour mesurer la longueur d'onde centrale de la source ?
- 3) Comment procède-t-on expérimentalement pour déterminer la position du miroir  $M_1$  qui correspond à une différence de marche nulle ? Cette position sera notée  $x = 0$ .  
Quelle est l'origine de l'irisation (de type bulles de savon) observée ?
- 4) a) En supposant que l'on dispose d'un interférogramme  $I(\Delta)$ , comment obtient-on le spectre de la source  $S(\sigma)$  ? On rappelle que  $\sigma = 1/\lambda$ .  
b) Sachant que l'interférogramme a été enregistré jusqu'à la différence de marche maximale  $\Delta_m$ , exprimer la résolution spectrale  $d\sigma$  obtenue sur  $S(\sigma)$ .

#### II Polarisation

1) A l'aide de schémas, définissez une onde lumi

2) Un rayonnement polarisé d'intensité lumine envoyé au travers d'un polariseur P. On mesure l'intensité  $I$  en fonction de l'angle  $\theta$  du polariseur à la verticale (voir figure ci-contre). Pour les mesures numériques on utilisera la courbe rouge. On note  $I_i$  l'intensité minimale et  $I_a$  l'intensité maximale.

- a) Comment interpréter le fait que  $I_i > 0$  ?
- b) Rappeler la définition du contraste de polarisation  $C$  ? Quelle est ici la valeur de  $C$  ? Comment faut-il modifier la courbe rouge pour obtenir  $C = 1$  ?



- 3) a) Sur le chemin d'une onde incidente polarisée linéairement, quel type de lame faut-il interposer et avec quelle orientation pour obtenir une onde polarisée circulairement ?  
b) Comment peut-on vérifier qu'on a une polarisation circulaire en sortie ?
- 4) En sortie d'un polariseur, une onde a pour intensité  $I = I_0 \cos^2 \alpha$ .
  - a) Sachant que l'incertitude sur  $\cos^2 \alpha$  est  $\delta$ , exprimer l'incertitude sur  $I$  notée  $dI$ .
  - b) Même question pour l'incertitude relative de  $I$  lorsque  $\delta$  est l'incertitude de  $\alpha$ .

## Partie TP Hyperfréquence

### Reporter le n° d'anonymat sur toutes les pages

**(Durée : 45 minutes. Epreuve sans documents, calculatrices autorisées)**

- I. **(2 points)** Décrire et donner le schéma du montage expérimental utilisé lors du TP sur le guide d'onde rectangulaire. Rappeler le nom et le rôle de chacun des éléments qui le composent.

- II. **(4 points)** Démontrer l'équation rappelée ci-après :  $k = \frac{2\pi}{\lambda_g}, \frac{1}{\lambda_g} = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4a^2}}$

- III. (5 points) La mesure d'une résonance d'un baril ou tonneau cylindrique métallique vide d'une capacité volumique de 159 litres est représentée sur la figure 1. Cette mesure est le coefficient de réflexion d'une sonde de champ électrique obtenue avec un analyseur de réseau.

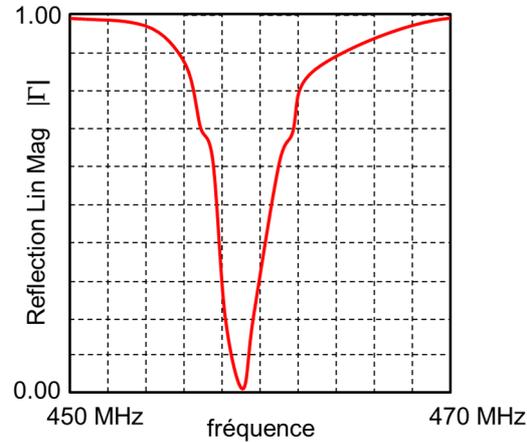


Figure 1 : Coefficient de réflexion autour d'une résonance.

- a. Donner la fréquence de résonance et le coefficient ou facteur de qualité de cette résonance.

Cette fréquence de résonance correspond au mode  $TM_{010}$ , et le mode  $TE_{011}$  est à 754.3 MHz.

Les fréquences des modes résonants s'obtiennent avec les conditions suivantes :

- pour les modes  $TM_{mnp}$  :  $f_{c,mnp} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{x_{mn}}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2}$
- pour les modes  $TE_{mnp}$  :  $f_{c,mnp} = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \sqrt{\left(\frac{x'_{mn}}{2\pi R}\right)^2 + \left(\frac{p}{2d}\right)^2}$

Les zéros des fonctions de Bessel de première espèce, et de leurs fonctions dérivées, sont tels que  $x_{01} = 2.404825558$  et  $x'_{01} = 3.83170597$ , et  $R$  et  $d$  sont respectivement le rayon et la longueur de la cavité cylindrique. On rappelle que  $c = 299\,792\,458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

- b. Calculer le rayon  $R$  et la hauteur  $d$  du tonneau cylindrique.

- IV. (3 points) Le diagramme de rayonnement d'une antenne est représenté ci-dessous (figure 2).

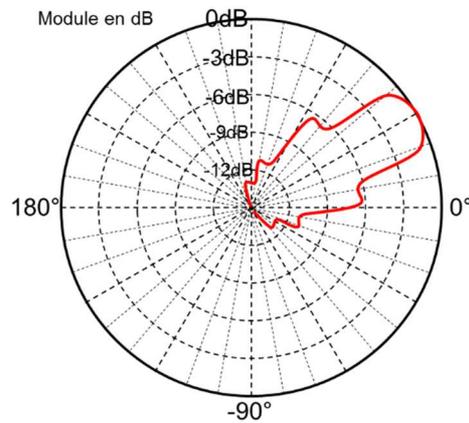


Figure 2 : Diagramme de rayonnement d'une antenne.

- a. Quelle est la largeur du lobe principal, et dans quelle direction angulaire cette antenne pointe-t-elle le maximum de puissance ?

V. (6 points) QCM (veuillez entourer la ou les bonnes réponses).

1. Quel type d'onde électromagnétique a-t-on dans une cavité ?

- a. Des ondes progressives.
- b. Des ondes stationnaires.
- c. Des ondes semi-stationnaires.

2. Avec quoi détecte-t-on le champ magnétique ?

- a. Avec antenne boucle.
- b. Avec une antenne filaire.
- c. Avec un cornet.

3. Le champ électrique du mode TE<sub>10</sub> est vertical. Quelle charge aura le coefficient de réflexion le plus élevé pour ce mode ?

- a. Fil métallique vertical.
- b. Fil métallique horizontal.
- c. Plaque en plexiglas.

4. Une antenne est placée au bout du guide d'onde et une autre antenne est placée à une distance  $R$  de la première. Quelle(s) proposition(s) suivante(s) est(sont) correcte(s) ?

- a. Suffisamment loin de la première antenne, la puissance reçue par la seconde antenne diminue en  $1/R^2$ .
- b. La puissance reçue diminue en  $1/R^2$  en proximité de la sortie de la première antenne.
- c. Suffisamment loin de la première antenne, la puissance reçue par la seconde antenne diminue en  $1/R$ .

VI. (Question Bonus) Expliciter la notion d'adaptation d'impédance