Dynamique des populations

Marc Girondot

Adapté de Jane Lecomte et Elsa Bonnaud

marc.girondot@universite-paris-saclay.fr

1

1

Dynamique des populations

Introduction
Modèle de croissance de population
Rôle de la compétition intraspécifique
Rôle de la compétition interspécifique
Relations proie-prédateur

2

2

Dynamique des populations

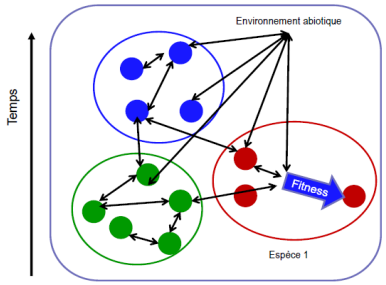
Introduction

Modèles de croissance de population
Rôle de la compétition intraspécifique
Rôle de la compétition interspécifique
Relation proie-prédateur

3

3

Ecologie Evolutive



Ecologie évolutive

- Un des objectifs central de l'écologie évolutive est de comprendre comment les interactions avec l'environnement biotique et abiotique influencent la valeur sélective

4

4

Valeur sélective (=adaptative = fitness)

- Dans un environnement donné, certains individus survivent et se reproduisent mieux que d'autres. La valeur sélective d'un génotype (ou fitness) est égale au nombre moyen de descendants que produira un individu ayant ce génotype. Elle a deux composantes :
  - Viabilité (probabilité de survie)
  - Fertilité (nombre de descendants)
  - Valeur sélective W = viabilité x fertilité.

Fitness génotypique

- Production totale de descendants au cours de la vie :
  - S1 : probabilité de survie jusqu'à l'âge à la 1ère reproduction
  - M1 : nombre de descendants produits à la 1ère reproduction
  - S2 : probabilité de survie jusqu'à l'âge à la 2ème reproduction
  - M2 : nombre de descendants produits à la 2ème reproduction
  - Etc…
  - W = S1 x M1 + S2 x M2 + S3 x M3 + …

Fitness THV

5

5

Estimation de la valeur sélective

- Via :
  - La génétique quantitative
  - La dynamique des populations
    + rôle des contraintes (trade-offs)

Dynamique de la population = résultante de l'évolution des THV (ou traits biodémographiques)
Donne une information :
- sur les facteurs jouant sur les cycles de vie
- les sources phénotypiques de variation de la fitness

6

6

Définition: Population

- Ensemble des individus d'une même espèce présents dans un lieu à un moment donné et ayant entre eux plus d'interactions qu'avec d'autres individus de la même espèce.

7

7

Définition: Population

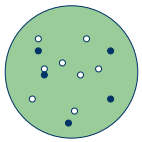
- Ensemble des individus d'une même espèce présents dans un lieu à un moment donné et ayant entre eux plus d'interactions qu'avec d'autres individus de la même espèce.

Ernst Mayr (1904-2005) : Systematics and the Origin of Species ***(1942)***
Groupe de populations naturelles effectivement ou potentiellement interfécondes, qui sont isolés d'autres groupes similaires

8

8

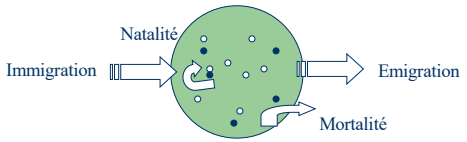
La population, comme unité d'évolution



9

9

La population, comme unité d'évolution



Considérer la dynamique des populations
= décrire et comprendre les processus présidant aux variations d'effectif des populations

10

10

Dynamique des populations dans les UE

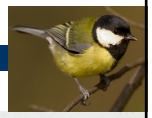
- UE ECOV, DYNA, MODE et CISE
- Compréhension des facteurs impliqués dans la dynamique des populations (*ECOV, DYNA et CISE)*
- Comment les modéliser (MODE)

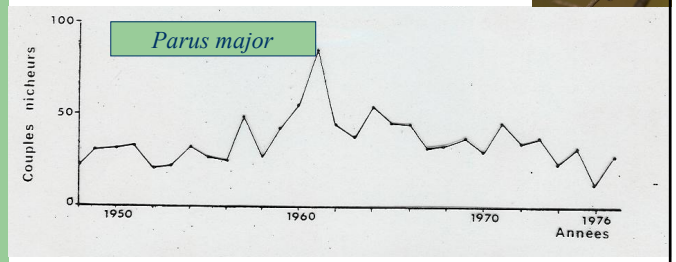
- Estimation des paramètres démographiques (effectif, survie, reproduction…) (*DYNA et CISE)*
  - Marquage
  - Suivi intra- et/ou inter-annuel

11

11

Quelques exemples de variations d'effectifs de population



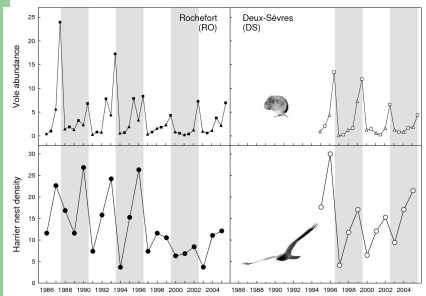


Oscillations stochastiques

12

12

Quelques exemples de variations d'effectifs de population



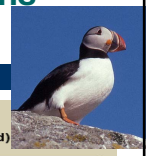
Time-series of vole abundance (voles caught per 100 traps over 24 h, and weighted by habitat type proportion in each study site; triangle in spring, square in summer) and harrier nest density (number of nests per 100 km2; circle) in Rochefort (RO; left panels and black symbols) and Deux-Sèvres (DS; right panels and open symbols). The alternation of grey and white bars points out a 3-year period corresponding to a vole cycle.

A. Millon, V. Bretagnolle; 2008

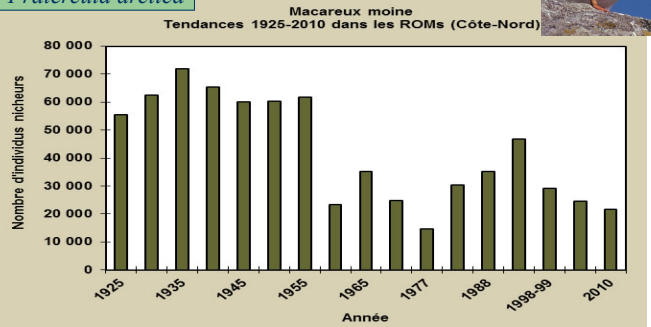
13

13

Quelques exemples de variations d'effectifs de population



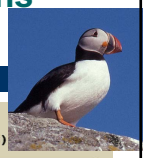
Fratercula arctica



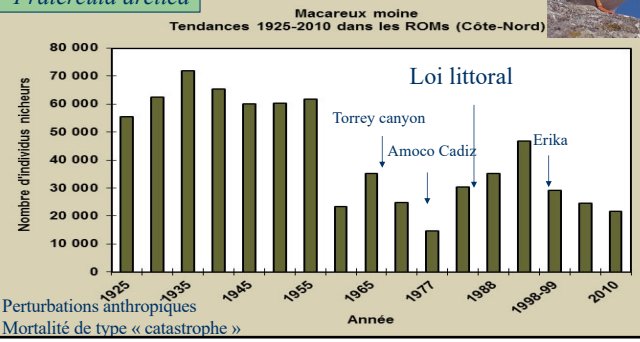
14

14

Quelques exemples de variations d'effectifs de population



Fratercula arctica



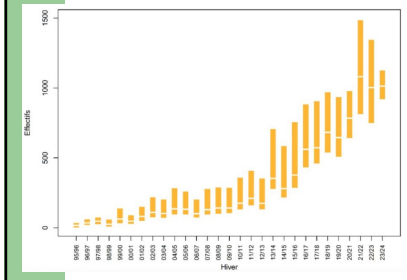
Perturbations anthropiques
Mortalité de type « catastrophe »

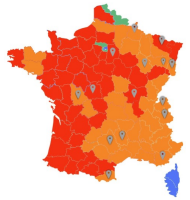
15

15

Quelques exemples de variations d'effectifs de population

Bilan du suivi hivernal réalisé par l'OFB



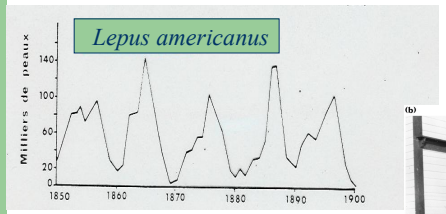


"Départements sous surveillance" : Départements avec présence aléatoire possible du canidé.
"Départements sous dispersion" : Départements où le canidé disperse avant de s'établir définitivement (1 ou+).
"Départements sous flux de dispersion permanent" : où le canidé est établi et se reproduit.
"Départements où l'absence du canidé est certaine.
Présence probable du loup gris commun ou vulgaire. Canis lupus lupus

16

16

Quelques exemples de variations d'effectifs de population

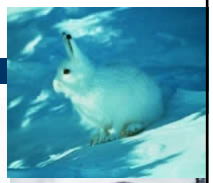


Oscillations périodiques
A quoi sont-elles dues ?

17

17

Quelques exemples de variations d'effectifs de population



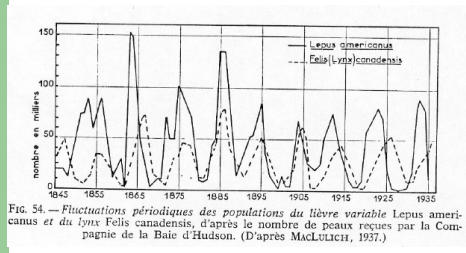


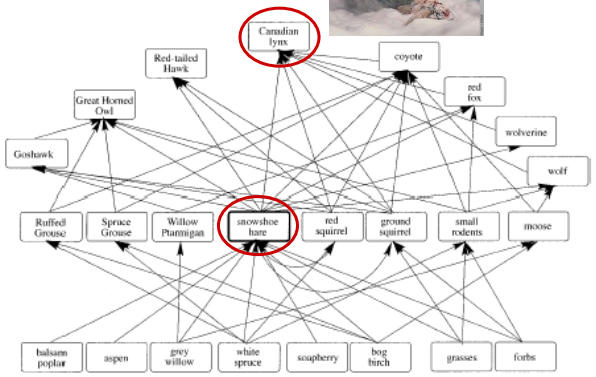
FIG. 54. — *Fluctuations périodiques des populations du lièvre variable* Lepus americanus *et du lynx* Felis canadensis, d'après le nombre de peaux reçues par la Compagnie de la Baie d'Hudson. (D'après MACLULICH, 1937.)

Oscillations périodiques
A quoi sont-elles dues ?

Prédation par le lynx mais pas il n'est pas seul…

18

18

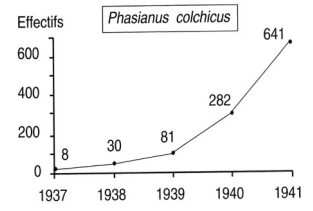


King et Schäffer 2001. The geometry of a population cycle: a mechanistic model of snowshoe hare demography. Ecology 82: 814-830

19

19

Quelques exemples de variations d'effectifs de population



Croissance de type exponentielle

(Henry, 2001)

Baylands Nature Preserve
© Peter La Tourette

Introduction pour la chasse dans l'île Protection sur la côte est des États unis

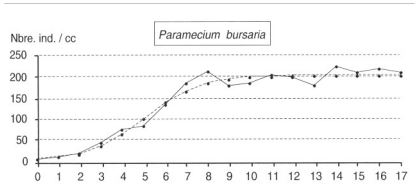
20

20

Quelques exemples de variations d'effectifs de population

- Population expérimentale de paramécie en milieux tamponnés et nourriture constante

Observation Modélisation



(Henry, 2001)

Régulation dépendante de la densité

21

21

Dynamique des populations dans les UE

- UE ECOV, DYNA, CISE et MODE
- Compréhension des facteurs impliqués dans la dynamique des populations (*ECOV, DYNA et CISE)*
- Méthodes (MODE) MODELES
- Estimation des paramètres démographiques (effectif, survie, reproduction…) (*DYNA et CISE)*
  - Marquage
  - Suivi intra- et/ou inter-annuel MODELES
- Construction de projections *ECOV, MODE, DYNA et CISE* MODELES

22

22

Dynamique des populations

Modèles de croissance

Rôle de la compétition intraspécifique
Rôle de la compétition interspécifique
Relations proie-prédateur

23

23

Modèles de croissance

- En temps discret ou en temps continu
- Populations non structurées ou structurées
- Déterministes ou stochastiques
- Dynamique en métapopulations
- Indépendants ou dépendants de la densité

24

24

Modèles de croissance

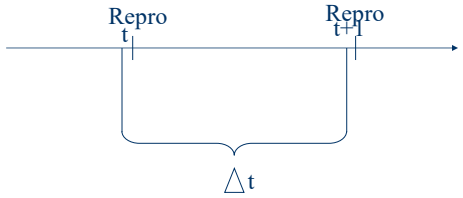
- En temps discret ou en temps continu
- Populations non structurées ou structurées
- Déterministes ou stochastiques
- Dynamique en métapopulations
- Indépendants ou dépendants de la densité

25

25

Croissance des populations
Temps discret

- Reproduction saisonnière (intervalle de temps)
  - Population = série de cohortes



Nt est la taille de la population au temps t
Nt+1 taille de la population au temps t+1

26

26

Croissance des populations
Temps continu

- Reproduction à tout moment
- Intervalle de temps infinitésimal dt

Variation de N pendant le temps dt

27

27

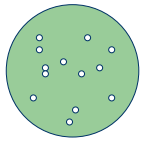
Modèles de croissance

- En temps discret ou en temps continu
- Populations non structurées ou structurées

28

28

Dynamique des populations
Populations non structurées

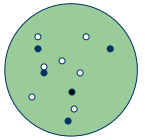


- Cours *ECOV* + TD croissance des populations

29

29

Dynamique des populations
Populations structurées

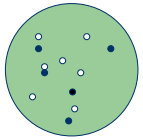


mâles
femelles

30

30

Dynamique des populations
Populations structurées

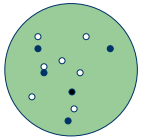


reproducteurs
non-reproducteurs

31

31

Dynamique des populations
Populations structurées



parasités
non-parasités

Modèles structurés en stades (modélisation matricielle)

32

32

Modèles matriciels
Populations structurées

- Classes d'individus égaux en terme de paramètres démographiques
- Étude de l'évolution temporelle des effectifs de ces classes

33

33

Modèles matriciels
Populations structurées

- Effectifs d'individus à une date t au sein de chaque classe
- Vecteur au temps *t*

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}_t$$

34

34

Définition de la Matrice de transition

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}_{t+1} = \begin{pmatrix} \quad A \quad \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \end{pmatrix}_t$$

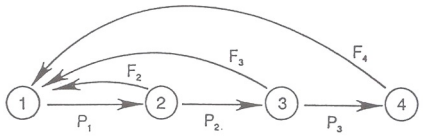
35

35

Cycle de vie et matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & F_2 & F_3 & F_4 \\ P_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & P_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_3 & 0 \end{pmatrix}$$

(Caswell 2001)



36

36

Intérêt du calcul matriciel ?

Calcul direct

- Taux d'accroissement des populations
- Mesure « démographique » de la valeur sélective
- Étude des trade-offs entre paramètres démographiques
- Étude de la sensibilité du taux d'accroissement aux paramètres démographiques

37

37

Modèles de croissance

- En temps discret ou en temps continu
- Populations non structurées ou structurées
- Déterministes ou stochastiques

Valeur connue associée aux paramètres

Valeur aléatoire => Distribution de probabilités associées aux paramètres

38

38

Stochasticité

- Prise en compte des effets du « hasard » sur la dynamique des populations
- Artifice pour prendre en compte ce que l'on ne peut prévoir avec certitude
- Stochasticité démographique, environnementale, (génétique)

39

39

Stochasticité environnementale

- Fluctuations dans l'espace et/ou le temps des paramètres démographiques en fonction des conditions de l'environnement

40

40

Fluctuations « normales »

- Bonnes et mauvaises saisons
- Crues et sécheresses légères
- Passages de feux +/- réguliers
- Prise en compte simpliste des interactions avec d'autres espèces (prédateurs, compétiteurs, parasites, pathogènes…)

41

41

Catastrophes

- Évènements rares à très forts effets
- Sécheresses, précipitations, températures extrêmes
- Feux de forêts
- Raz de marée
- Éruptions volcaniques
- Épidémies

42

42

« Aubaines »

- Abondance soudaine de ressources
- Arrêt momentané de prélèvements
- Climat particulièrement favorable
- A côté « positif » de catastrophes…

43

43

Stochasticité démographique

- Effet d'échantillonnage qui joue surtout sur les petits effectifs
- Réalisation des processus démographiques à l'échelle des individus
- Calculs sur des individus distincts
- Survie en 0 ou 1
- Dispersion en 0 ou 1
- Reproduction selon des lois de probabilité

44

44

Modèles de croissance

- En temps discret ou en temps continu
- Populations non structurées ou structurées
- Déterministes ou stochastiques
- Dynamique en métapopulations

45

45

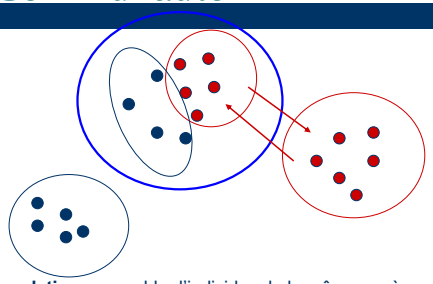
La réalité face aux modèles Hétérogénéité des ressources

- Dans un paysage, les ressources pour une espèce donnée sont réparties de manière hétérogène
- Il existe plusieurs habitats pour une espèce donnée = « patch d'habitats »
- Ces habitats peuvent être soit occupés, soit inhabités
- Un habitat non occupé peut devenir occupé par dispersion à partir d'un habitat occupé.
- Il y a donc dans le paysage plusieurs populations locales (une par patch occupé).

46

46

Population, Métapopulation, Communauté



Population: ensemble d'individus de la même espèce vivant au même endroit

Métapopulation: ensemble de populations échangeant quelques individus

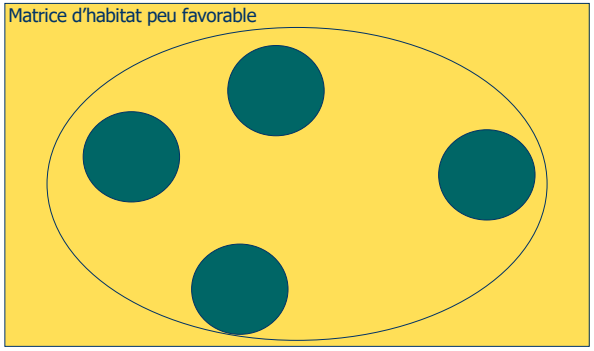
Communauté: ensemble de populations d'espèces différentes en interaction dans un même habitat

47

47

Dynamique des métapopulations

Une métapopulation est un ensemble de populations locales entoures d'une matrice hostile…

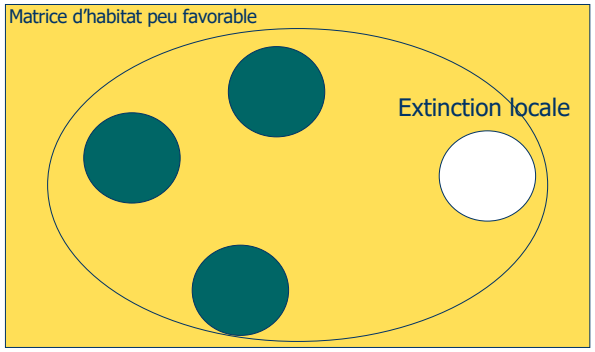


48

48

Dynamique des métapopulations

…soumises à des processus d'extinction…

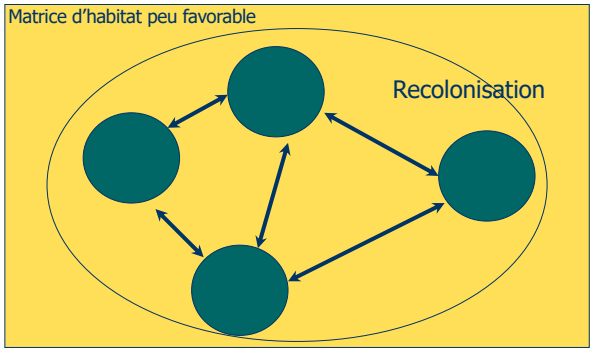


49

49

Dynamique des métapopulations

…et de recolonisation par le biais de flux entre les populations locales …

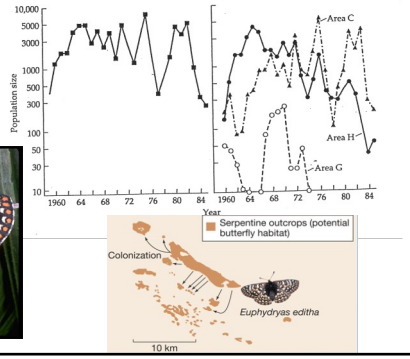


50

50

Fonctionnement en métapopulations

Size changes in three populations of the Bay checkerspot butterfly (*Euphydryas editha bayensis*) southeast of San Francisco, California. Numbers of the combined metapopulation are shown at left; the separate population dynamics are shown at right. Note the extinctions and recolonization in area G. (From Ehrlich and Murphy 1987.)



51

51

Implications du concept de métapopulation source-puit en Biologie de la Conservation

- Les sources peuvent être des habitats d'assez forte densité
- Ainsi, si on utilise la densité pour déterminer l'importance de conserver un habitat on peut négliger des habitats qui sont d'importantes sources et qui fournissent des migrants aux habitats puits. Si l'habitat source disparait, tout le système disparait.

52

52

Modèles de croissance

- En temps discret ou en temps continu
- Populations non structurées ou structurées
- Déterministes ou stochastiques
- Dynamique en métapopulations
- Indépendants ou dépendants de la densité

53

53

Croissance des populations en conditions non limitantes

- Par exemple : phase de colonisation d'un milieu vierge favorable
- Temps discret ou temps continu

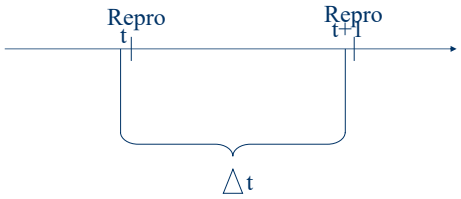
54

54

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps discret

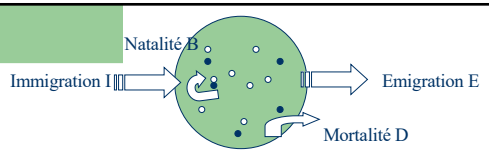
- Reproduction saisonnière



Nt est la taille de la population au temps t
Nt+1 taille de la population au temps t+1

55

55



- $N_{t+1} = N_t + B_t + I_t – D_t - E_t$
- « Par individu » : $N_{t+1} = N_t + b.N_t + i.N_t – d.N_t – e.N_t$
- $N_{t+1} = N_t (1 + b + i – d – e)$
- $N_{t+1} / N_t = 1 + (b + i – d – e)$
- Et si on considère une population isolée ?

56

56

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps discret

- $N_{t+1} / N_t = 1 + (b + i – d – e)$
- Si on considère une population isolée

$N_{t+1}/N_t = (b - d) +1$

$N_{t+1} = (b - d).N_t + N_t$

$N_{t+1} = R.N_t + N_t$

$N_{t+1} = (R+1) N_t$

avec R = taux d'accroissement net par individu

57

57

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps discret

$N_{t+1} = (R+1) N_t$

Par intervalle entre événement de reproduction:

- t => t+1 = intersaison de reproduction
- $N_{t+1} = \lambda N_t$

  λ = taux fini d'accroissement = taux de croissance géométrique
- On démontre par récurrence que :

$$N_t = \lambda^t N_0$$

Rappel : suite géométrique

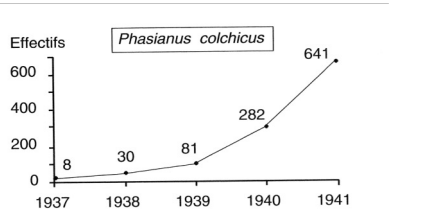
$\forall n \geq n_0 \quad u_{n+1} = q.u_n$

58

58

Exemple

- Modélisation de la croissance de la population de faisan de l'île Protection



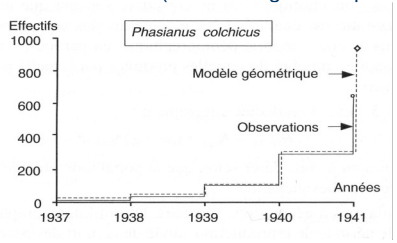
(Henry, 2001)

59

59

Exemple

- Modélisation de la croissance de la population de faisan de l'île Protection (croissance géométrique $\lambda = 3.3$)



(Henry, 2001)

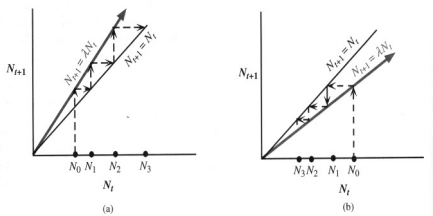
60

60

Représentation $N_{t+1} = f(N_t)$

- Détail de la croissance géométrique en temps discret

a) λ=1.3 b) λ=0.8



(Case, 2000)

61

61

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps continu

Soient:
N : l'effectif de la population
b : taux de fécondité instantané par individu
d : taux de mortalité instantané par individu

le taux net d'accroissement de la population $\frac{dN}{dt}$

$$\frac{dN}{dt} = (b-d)N = rN$$

r = taux d'accroissement intrinsèque de la population

62

62

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps continu

Trouvez l'expression générale de N_t en fonction de *r*, *t* et N_0

$$\frac{dN}{dt} = rN$$

$$N(t) = N_0 e^{rt}$$

Equation de Malthus

Thomas Malthus
1766 - 1834

Les populations augmentent de façon exponentielle ou géométrique tandis que les ressources croissent de façon arithmétique.

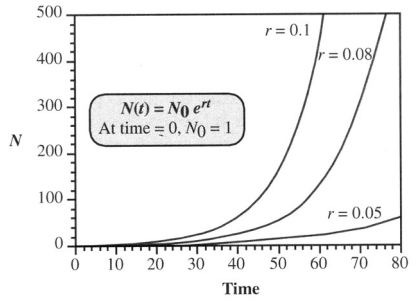
$\forall n \geq n_0 \quad u_{n+1} = q.u_n$
$\forall n \geq n_0 \quad u_{n+1} = u_n + r$

63

63

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps continu



64

64

Croissance des populations en conditions non limitantes

Temps continu et temps discret

Sous quelle condition, peut-on exprimer r en fonction de λ ?

Donnez cette expression.

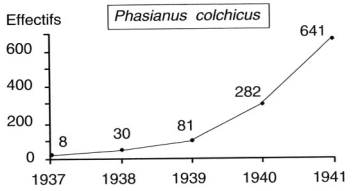
A préparer pour le TD croissance des populations

65

65

Croissance exponentielle ?

- Modélisation de la croissance de la population de faisan de l'île Protection



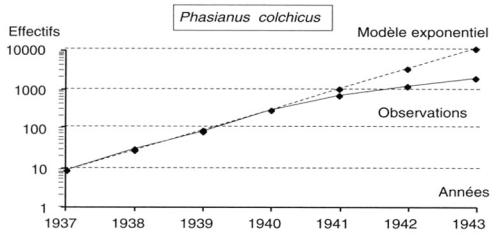
(Henry, 2001)

66

66

Croissance exponentielle ?

- Modélisation de la croissance de la population de faisan de l'île Protection (croissance exponentielle)



(Henry, 2001)

67

67

Charles Darwin, « Origin of species »

- *"There is no exception to the rule that every organic being naturally increases at so high a rate, that if not destroyed, the earth would soon be covered by the progeny of a single pair."*

68

68

Dynamique des populations

Rôle de la compétition intraspécifique

Rôle de la compétition interspécifique
Relations proie-prédateur

69

69

Densité dépendance

Effet de la densité sur les paramètres démographiques et donc sur le taux d'accroissement des populations

Négative ou positive

70

70

Densité dépendance négative

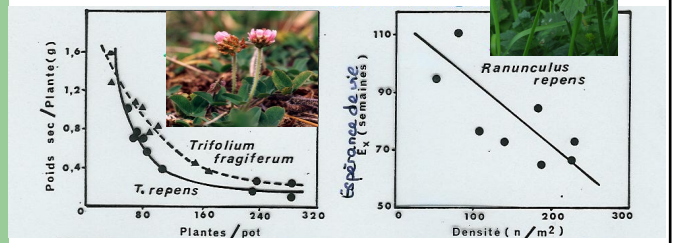
La valeur des paramètres démographiques (qui font augmenter la démographie) diminue quand la densité de la population augmente

Compétition intraspécifique pour les ressources

71

71

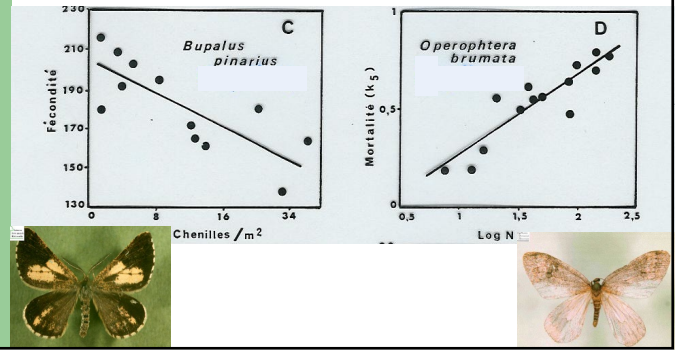
Croissance des populations en conditions limitantes



72

72

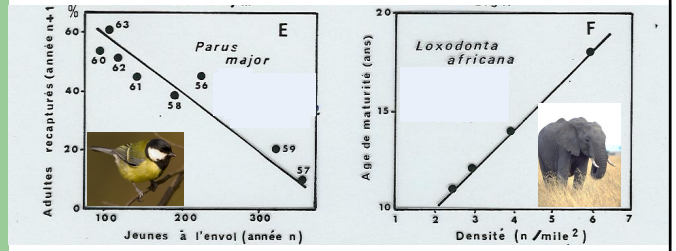
Croissance des populations en conditions limitantes



73

73

Croissance des populations en conditions limitantes



74

74

Croissance des populations en conditions limitantes

compétition

"Il y a compétition quand plusieurs organismes utilisent des ressources communes présentes en quantité limitée ou, si ces ressources ne sont pas limitantes, quand en les recherchant les organismes en concurrence se nuisent". Birch 1957.

75

75

Croissance des populations en conditions limitantes

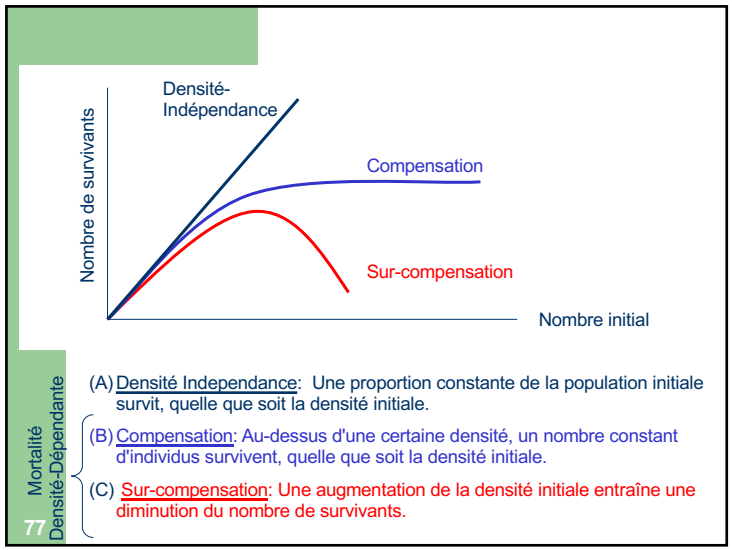
compétition

"Il y a compétition quand plusieurs organismes utilisent des ressources communes présentes en quantité limitée ou, si ces ressources ne sont pas limitantes, quand en les recherchant les organismes en concurrence se nuisent". Birch 1957.

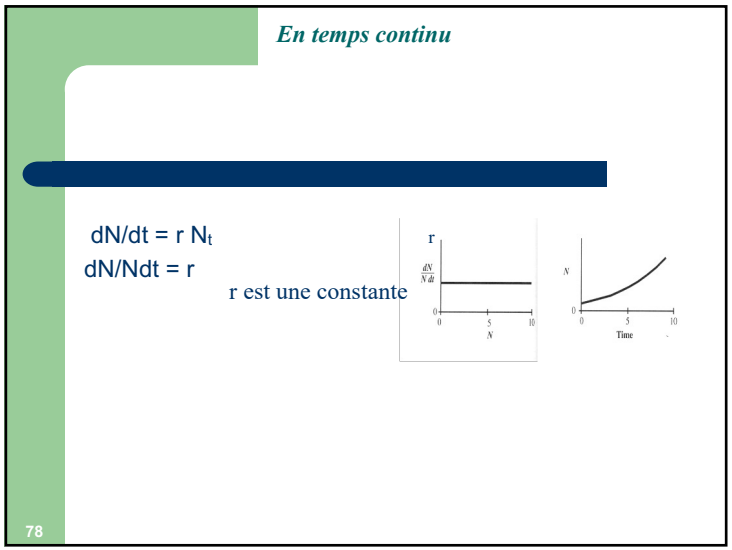
Compétition par exploitation. La compétition résulte du fait que l'exploitation des ressources communes par l'un des concurrents diminue leur disponibilité pour l'autre sans interaction directe entre eux.
Compétition par interférence. Il y a interaction directe des concurrents, l'un interdisant à l'autre l'accès à la ressource recherchée ou nuisant à son développement. Elle est peut être active lorsqu'un comportement agressif oppose les concurrents, mais aussi passive quand elle se fait par l'intermédiaire de substances chimiques sécrétées ou excrétées par un compétiteur.

76

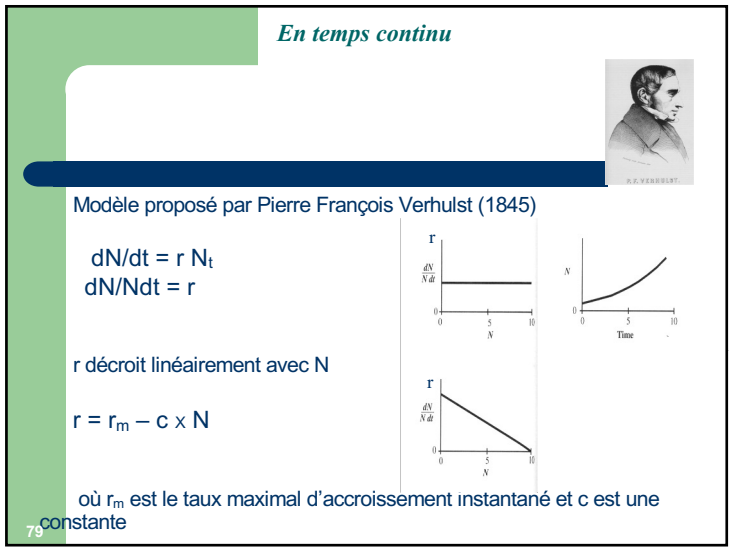
76


Densité-
Indépendance
Compensation
Sur-compensation
Nombre de survivants
Nombre initial
Mortalité
Densité-Dépendante
(A) Densité Independance: Une proportion constante de la population initiale survit, quelle que soit la densité initiale.
(B) Compensation: Au-dessus d'une certaine densité, un nombre constant d'individus survivent, quelle que soit la densité initiale.
(C) Sur-compensation: Une augmentation de la densité initiale entraîne une diminution du nombre de survivants.
77

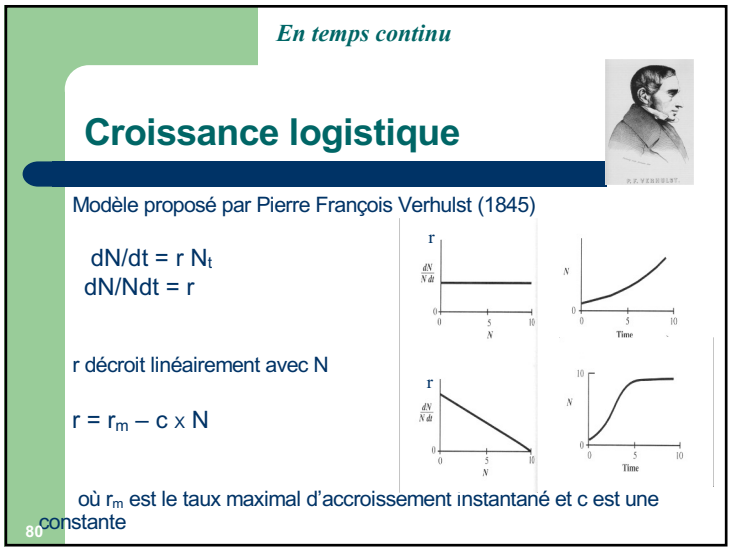
77


En temps continu
dN/dt = r Nt
dN/Ndt = r
r est une constante
78

78


En temps continu
Modèle proposé par Pierre François Verhulst (1845)
dN/dt = r Nt
dN/Ndt = r
r décroit linéairement avec N
r = rm – c x N
où rm est le taux maximal d'accroissement instantané et c est une constante
79

79


En temps continu
Croissance logistique
Modèle proposé par Pierre François Verhulst (1845)
dN/dt = r Nt
dN/Ndt = r
r décroit linéairement avec N
r = rm – c x N
où rm est le taux maximal d'accroissement instantané et c est une constante
80

80

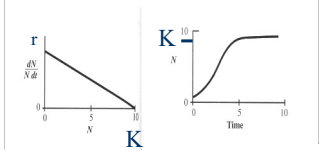
En temps continu

Croissance logistique

On définit K la capacité biotique (ou capacité limite ou capacité de charge) du milieu

$r = r_m - c \times N$

Pour N = K, r = 0



81

81

En temps continu

Croissance logistique

(1) $r = r_m - cN$

Donc pour N = K

$r_m - cK = 0$

$r_m = cK$

$c = r_m/K$

dans (1) $r = r_m - (r_m/K)N$

$$r = r_m\left[1 - \frac{N}{K}\right]$$

$$\frac{dN}{dt} = r_m\left[1 - \frac{N}{K}\right]N$$

$$\frac{dN}{dt} = r_m\left[\frac{K - N}{K}\right]N$$

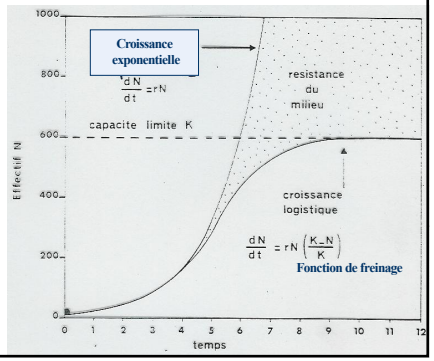
82

82

Croissance des populations en conditions limitantes

Temps continu

Courbe logistique



83

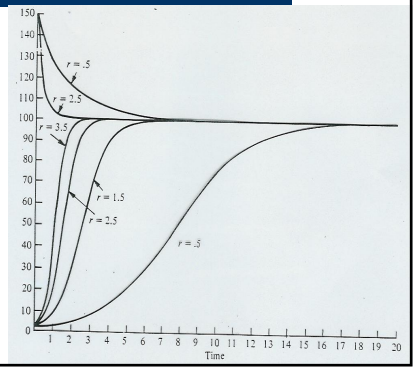
83

Croissance des populations en conditions limitantes

Temps continu

$$\frac{dN}{dt} = rN(1 - \frac{N}{K}) = rN\frac{(K - N)}{K}$$

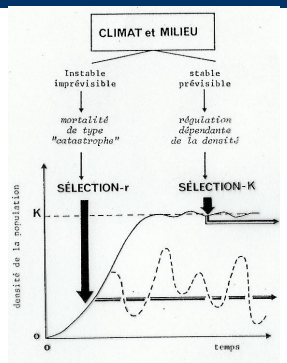
Courbe logistique



84

84

Croissance des populations en conditions limitantes



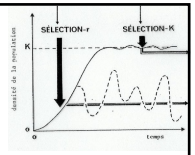
Stratèges K

Stratèges r

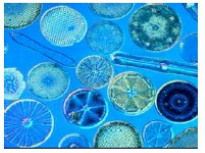
85

85

Stratègies r



- Environnement imprévisible et/ou éphémère
- Accroissement rapide en périodes favorables, mortalité imprévisible et uniforme
- CR faible
- **Syndrome**: maturité précoce, de petite taille, à forte fécondité & mortalité

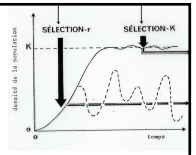


Insectes, petits rongeurs, plantes annuelles…

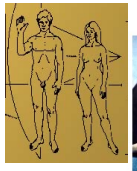
86

86

Stratègies K



- Environnement stable
- Compétition intense
- Fort CR
- **Syndrome**: maturité tardive, de grande taille, à faible fécondité, longévives
- Distinction **très insuffisante** mais néanmoins utile en 1ère approximation



Grands mammifères, arbres…

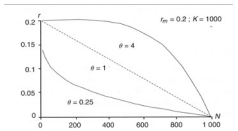
87

87

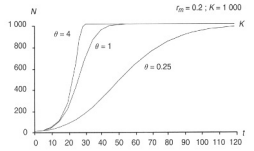
Généralisation du modèle logistique

Problèmes:

- La relation liant r et N est rarement linéaire



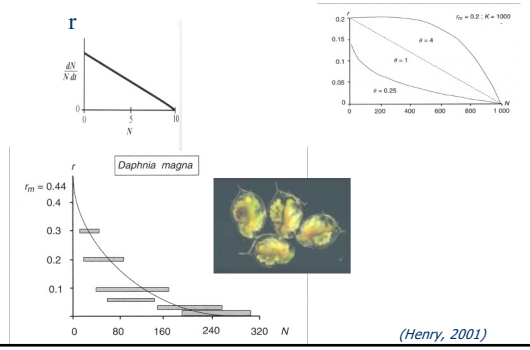
- Le point d'inflexion de la dynamique est rarement à K/2 (dans les graphiques N en fonction de t)



88

88

Généralisation du modèle logistique



(Henry, 2001)

89

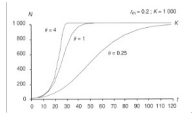
89

Généralisation du modèle logistique

On modifie la fonction de freinage:

$dN/dt = r_m[(K-N)/K]N = r_m[1-(N/K)]N$

Fonction de freinage : [1-(N/K)]



90

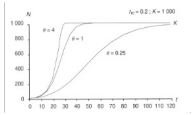
90

Généralisation du modèle logistique

On modifie la fonction de freinage:

$dN/dt = r_m[(K-N)/K]N = r_m[1-(N/K)]N$

Fonction de freinage : [1-(N/K)]



91

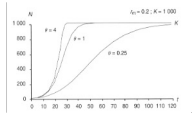
91

Généralisation du modèle logistique

On modifie la fonction de freinage:

$dN/dt = r_m[(K-N)/K]N = r_m[1-(N/K)]N$

Fonction de freinage : [1-(N/K)]



en

$[1-(N/K)^{\theta}]$

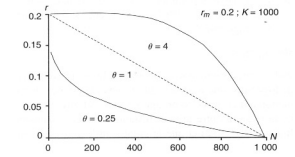
Si θ = 1 pas de changement

Si θ est différent de 1 , la fonction de freinage devient **curvilinéaire**

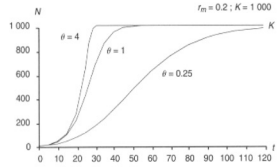
92

92

Effet de la valeur de θ



La relation liant r et N est rarement linéaire



Le point d'inflexion de la dynamique est rarement à K/2 (dans les graphiques N en fonction de t)

(Henry, 2001)

93

93

En temps discret

Croissance des populations en conditions limitantes

K, capacité biotique maximale du milieu

Sans limitation de ressources $N_{t+1} = \lambda N_t$

Avec limitation de ressources, on fait l'hypothèse que

$$N_{t+1} / N_t = f(N_t)$$

est une droite, qu'il n'y a pas de compétition lorsque les effectifs tendent vers 0 et que la capacité biotique du milieu est K.

94

94

En temps discret

Croissance des populations en conditions limitantes

Avec limitation de ressources $N_{t+1} = \dfrac{\lambda N_t}{1 + \dfrac{\lambda - 1}{K} N_t}$

Equation logistique mais pas toujours…à découvrir en TD.

95

95

Densité dépendance positive

La valeur des paramètres démographiques augmente quand la densité de la population augmente

Effet Allee (1949)

- Comportement de reproduction
- Survie
- Effets génétiques et démographiques

96

96

Exemple

- Lycaon (*Lycaon pictus*) en Afrique
- Chasse en groupe de 20 individus environ
- A moins de 4 individus, le groupe ne peut se maintenir

(Courchamp et al. 1999)

97

97

Dynamique des populations

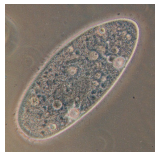
Rôle de la compétition interspécifique

Relations proie-prédateur

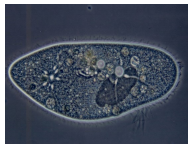
98

98

Que se passe-t-il quand deux populations de deux espèces se trouvent dans la même niche écologique ?



Paramecium aurelia



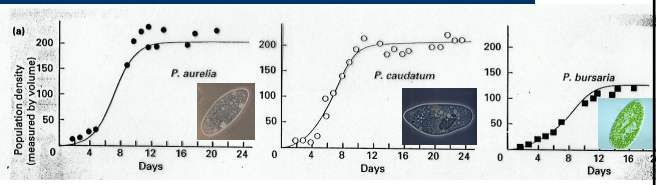
Paramecium caudatum

Paramecium bursaria

99

99

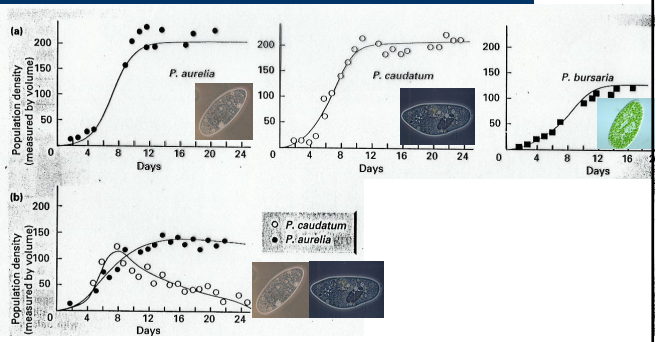
Compétition interspécifique entre espèces de paramécies



100

100

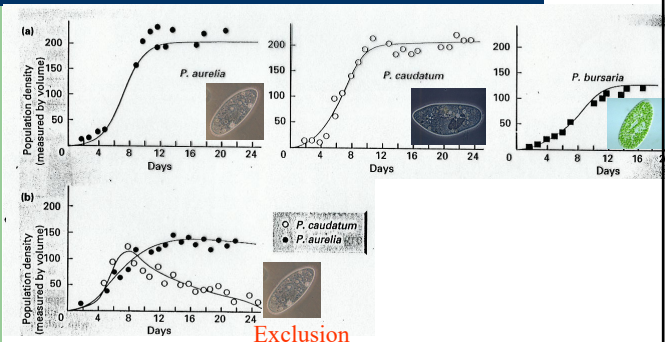
Compétition interspécifique entre espèces de paramécies



101

101

Compétition interspécifique entre espèces de paramécies

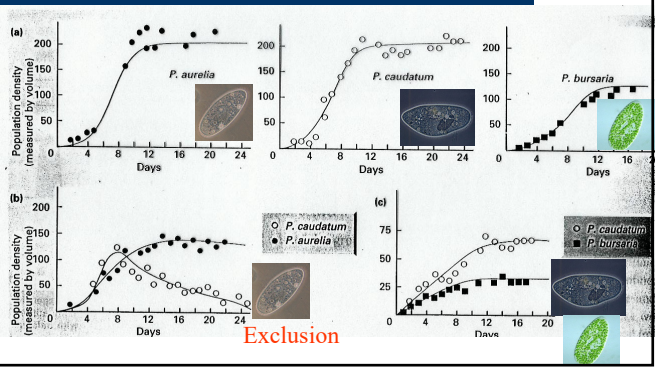


Exclusion

102

102

Compétition interspécifique entre espèces de paramécies

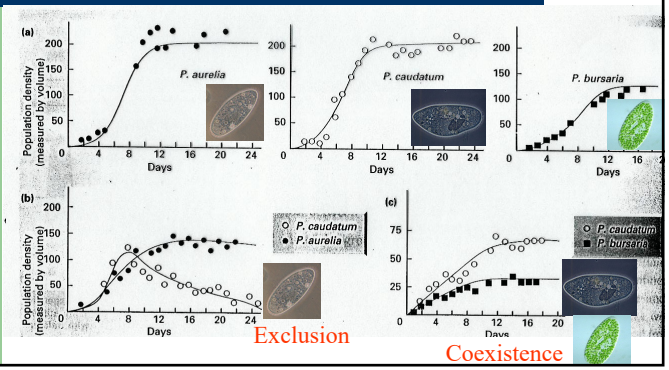


Exclusion

103

103

Compétition interspécifique entre espèces de paramécies



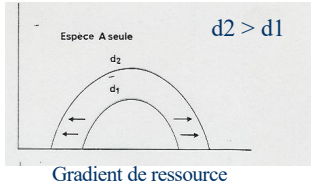
Exclusion

Coexistence

104

104

Compétition intraspécifique



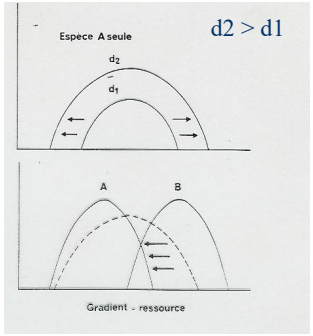
Gradient de ressource

Compétition intraspécifique = élargissement du spectre des ressources utilisées

105

105

Compétition intraspécifique et compétition interspécifique



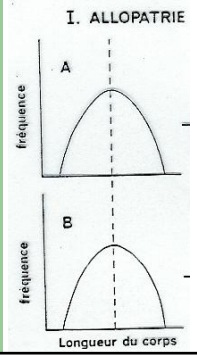
Compétition intraspécifique = élargissement du spectre des ressources utilisées

Compétition interspécifique = limitation de la diversité des ressources exploitées

106

106

Compétition intraspécifique et compétition interspécifique : *déplacement de caractère*

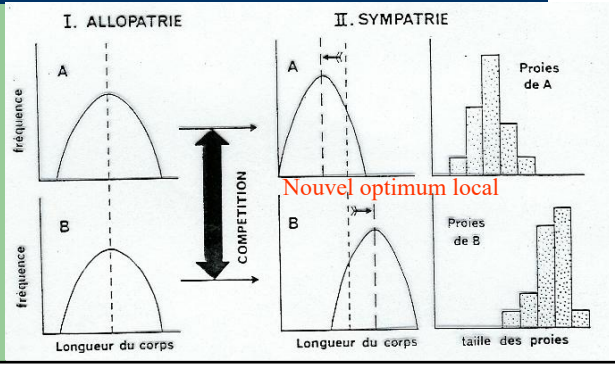


La distribution des fréquences correspond à l'optimum local

107

107

Compétition intraspécifique et compétition interspécifique : *déplacement de caractère*



108

108

Compétition intraspécifique et compétition interspécifique :
déplacement de caractère

Définition de Grant, 1972

« Le déplacement de caractère est le processus par lequel l'état d'un caractère morphologique change chez une espèce par suite de la sélection naturelle. Il résulte de la présence dans un même environnement d'une ou plusieurs espèces similaires »

109

109

Cas théorique :
considérons 2 populations
Modèle continu

Soient deux populations d'espèces différentes 1 et 2

N_1 et N_2 : les effectifs des populations 1 et 2

K_1 et K_2 : les capacités biotiques du milieu des populations 1 et 2

r_1 et r_2 : les taux intrinsèques d'accroissement maximum pour l'espèce 1 et 2

$$\frac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\frac{K_1 - N_1}{K_1}\right) \qquad \frac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\frac{K_2 - N_2}{K_2}\right)$$

110

110

Compétition interspécifique
Modèle continu

Soient deux populations d'espèces différentes 1 et 2 qui interagissent dans le même milieu (T)

α_{12} et α_{21} : les coefficients de compétition interspécifique

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\dfrac{K_1 - \left[N_1 + \alpha_{12} N_2\right]}{K_1}\right) \\ \dfrac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\dfrac{K_2 - \left[N_2 + \alpha_{21} N_1\right]}{K_2}\right) \end{cases}$$

Équations de Lotka-Volterra

Taux de croissance affecté négativement par compet. intra et inter

111

111

Conditions imposées par les équations de Lotka-Volterra

- Comme pour les modèles de compétition intraspécifique :
  - Ressource limitante
  - Identité des individus composant la population
  - Pas de migration
  - Pas de délai dans la réponse
- Constance des paramètres r, K et coefficients de compétition
- Caractère linéaire des relations intra- et interspécifique
- Pas d'effets stochastiques

112

112

Compétition interspécifique

Modèle continu

- Le système est en équilibre quand la croissance des deux populations est nulle

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = r_1 N_1 \left(\dfrac{K_1 - N_1 - \alpha_{12} N_2}{K_1}\right) = 0 \\ \dfrac{dN_2}{dt} = r_2 N_2 \left(\dfrac{K_2 - N_2 - \alpha_{21} N_1}{K_2}\right) = 0 \end{cases}$$

113

113

Compétition interspécifique

Modèle continu

- On a donc deux équations de droite

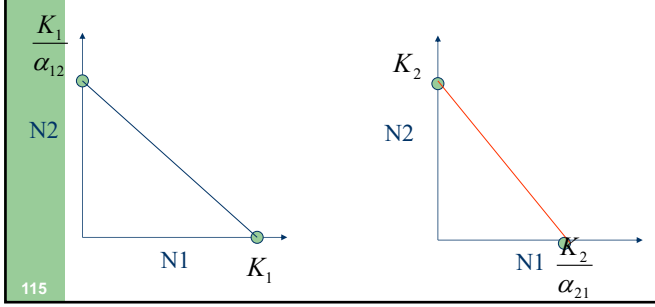
$$\begin{cases} K_1 - N_1 - \alpha_{12} N_2 = 0 \\ K_2 - N_2 - \alpha_{21} N_1 = 0 \end{cases}$$

114

114

Compétition interspécifique

Modèle continu

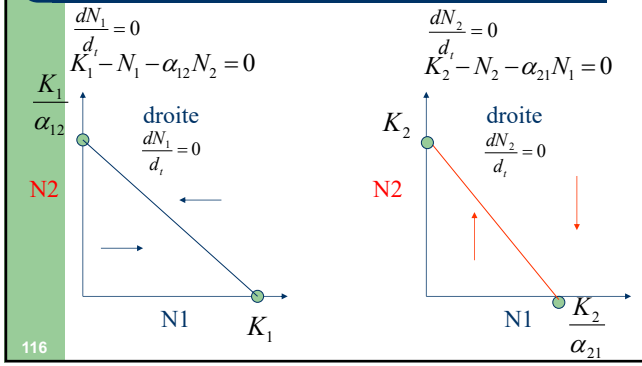


115

115

Compétition interspécifique

Modèle continu



116

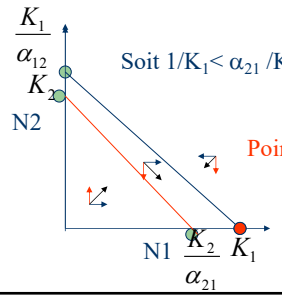
116

Compétition interspécifique

Modèle continu

Cas $K_1 > K_2 / \alpha_{21}$ et $K_2 < K_1 / \alpha_{12}$

Exclusion compétitive de 2 par 1



Soit $1/K_1 < \alpha_{21} /K_2$ et $1/K_2 > \alpha_{12} /K_1$

Point d'équilibre stable

117

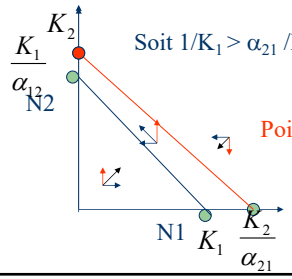
117

Compétition interspécifique

Modèle continu

Cas $K_1 < K_2 / \alpha_{21}$ et $K_2 > K_1 / \alpha_{12}$

Exclusion compétitive de 1 par 2



Soit $1/K_1 > \alpha_{21} /K_2$ et $1/K_2 < \alpha_{12} /K_1$

Point d'équilibre stable

118

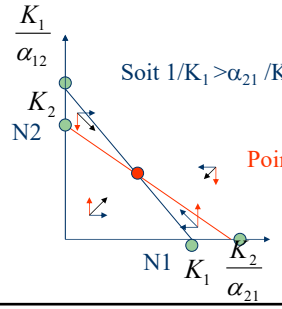
118

Compétition interspécifique

Modèle continu

Cas $K1 < K2 / \alpha21$ et $K2 < K1 / \alpha12$

Coexistence de 1 et 2



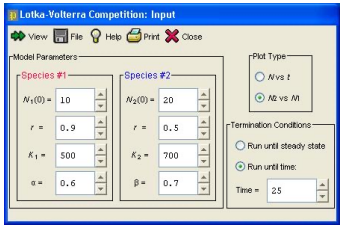
Soit $1/K_1 > \alpha_{21} /K_2$ et $1/K_2 > \alpha_{12} /K_1$

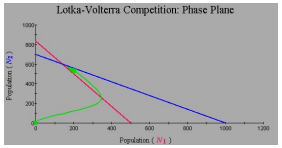
Point d'équilibre stable

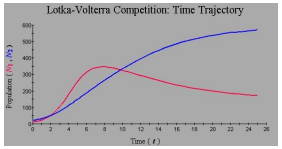
119

119

Simulations sous Populus







120

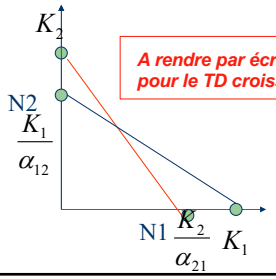
120

Compétition interspécifique

Modèle continu

Cas K1 > K2 / α21 et K2 > K1 / α12

?



A rendre par écrit pour le TD croissance des populations

121

121

Dynamique des populations

Relations proie-prédateur

122

122

Dynamique de l'interaction proie-prédateur Modèle de Lotka-Volterra

Sans densité-dépendance
Modèle continu
Sans stochasticité

123

123

Dynamique de l'interaction proie-prédateur Modèle de Lotka-Volterra

Dynamique des proies sans prédateur

124

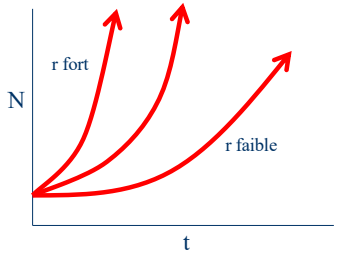
124

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Dynamique des proies sans prédateur

Croissance exponentielle

$$\frac{dN}{dt} = rN$$



125

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Dynamique des proies en présence de prédateur

Hypothèse: Les proies sont tuées par un prédateur à un taux proportionnel au taux de rencontre entre proies et prédateurs

C = taux d'attaque par le prédateur = quantité de proies capturées par le prédateur

$$\frac{dN}{dt} = \underbrace{r_1 N}_{\text{Croissance sans prédateurs}} - \underbrace{CNP}_{\text{Décroissance avec prédateurs}}$$

126

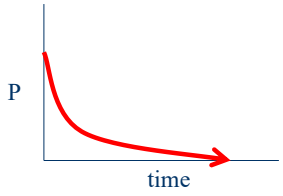
Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Dynamique des prédateurs sans proies

Hypothèse: en l'absence de proies, les prédateurs perdent du poids et jeûnent jusqu'à la mort. Aucun nouvel individu n'est produit

➡ Décroissance exponentielle

$$\frac{dP}{dt} = -d_2 P$$



127

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Dynamique des prédateurs en présence de proies

Hypothèse: Le taux de croissance de la population de prédateurs est proportionnel au taux de consommation de nourriture et au taux de conversion des proies en nouveaux prédateurs

g= taux de conversion des proies en prédateurs

$$\frac{dP}{dt} = \underbrace{gCNP}_{\text{Croissance avec proies}} - \underbrace{d_2 P}_{\text{Décroissance sans proies}}$$

128

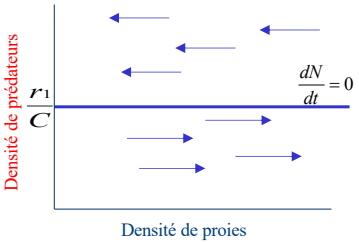
Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Résolution graphique du modèle

proies $\frac{dN}{dt} = r_1 N - CNP$ prédateurs $\frac{dP}{dt} = gCNP - d_2 P$

$\frac{dN}{dt} = 0 \Leftrightarrow r_1 - CP = 0$

$P^* = \frac{r_1}{C}$



129

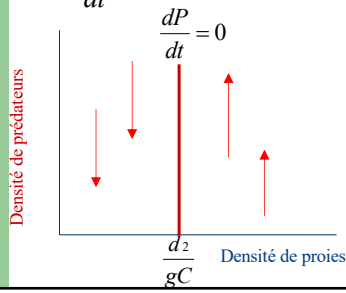
Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Résolution graphique du modèle

proies $\frac{dN}{dt} = rN - aNP$ prédateurs $\frac{dP}{dt} = gCNP - d_2 P$

$\frac{dP}{dt} = 0 \Leftrightarrow gCN - d_2 = 0$

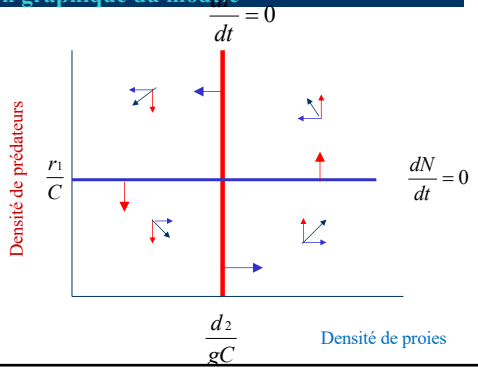
$N^* = \frac{d_2}{gC}$



130

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

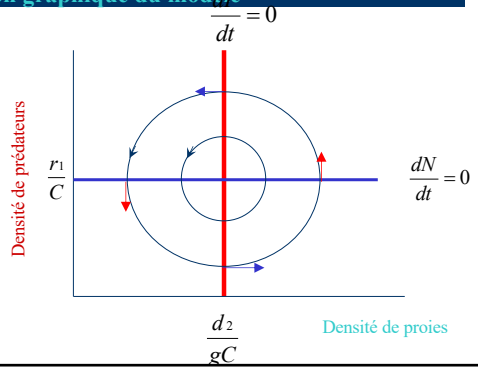
Résolution graphique du modèle



131

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

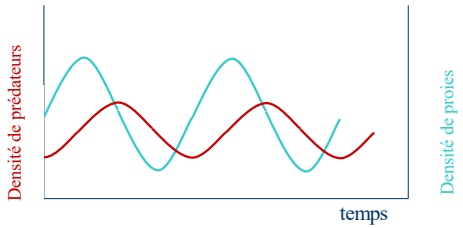
Résolution graphique du modèle



132

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Dynamique temporelle du système



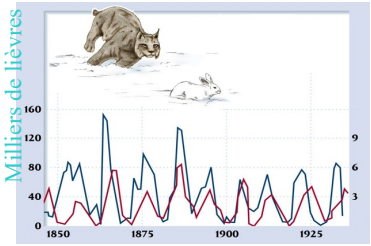
Prédiction du modèle: cycles stables

133

Dynamique de l'interaction proie-prédateur
Modèle de Lotka-Volterra

Cycles des lièvres variables et des lynx au Canada

Trappeurs de la Baie d'Hudson

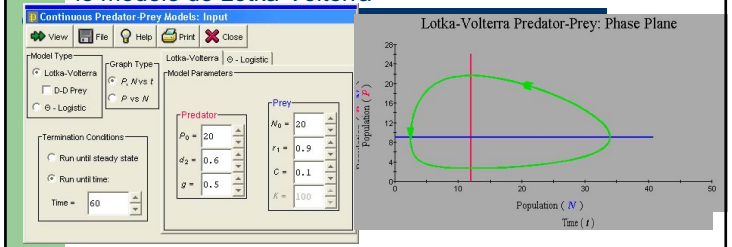


années

134

La prédation (modèle continu)

- le modèle de Lotka-Volterra



$$\frac{dN}{dt} = r_1 N - CNP$$

$$\frac{dP}{dt} = -d_2 P + gCNP$$

r1 est la taux croissance intrinsèque des proies
-d2 est le taux de mortalité des prédateurs
CNP : chance de rencontre proie-prédateur
CN : réponse «fonctionnelle » des prédateurs;
g : taux de transformation des proies en prédateurs;
gCN : réponse « numérique » des prédateurs

- La solution du système d'équation est un couple d'oscillations périodiques décallées

135

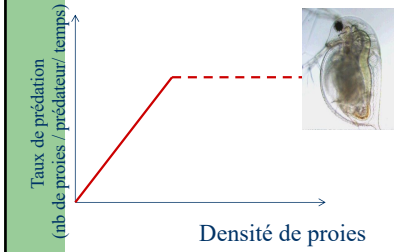
Et si on rajoute une croissance des proies density-dépendante ?

136

Comportement des prédateurs modélisation

Réponses fonctionnelles

= relation entre le taux de prédation et densité de proies disponibles



Réponse de type I

Le nombre de proies ingérées par prédateur augmente linéairement avec le nombre de proies disponibles …

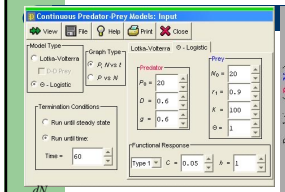
jusqu'à atteindre un plateau.

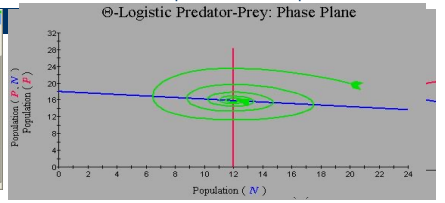
13 7

137

La prédation (modèle théta-logistique) type 1 (selon Holling)

- Réponse fonctionnelle non linéaire et croissance de proies densité-dépendante





$$\frac{dN}{dt} = r_1 N - CNP$$

$$\frac{dP}{dt} = -d_2 P + gCNP$$

$$\frac{dN}{dt} = r_1 N\left[1 - \left[\frac{N}{K}\right]^{\theta}\right] - f(N)P$$

$$\frac{dP}{dt} = gP[f(N) - D]$$

r1 est la taux croissance intrinsèque des proies
f(N) : réponse « fonctionnelle » des prédateurs
f(N) de type 1 : fonction linéaire de la densité de proies jusqu'à une valeur limite à partir de laquelle le nombre de proies consommées par individu et par jour reste constant (crustacés)

D : quantité de proies juste nécessaire à remplacement d'un prédateur à la génération suivante

Holling, C. S. 1965. The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation. Mem. Ent. Soc. Can. 45:3-60.

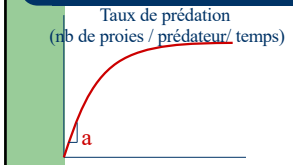
13 8

138

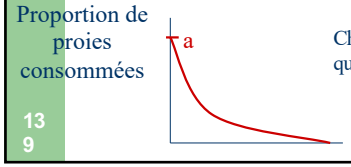
Comportement des prédateurs modélisation

Réponses fonctionnelles

Réponse de type II



Le taux de prédation augmente avec la densité de proies, mais de plus en plus faiblement, pour atteindre un plateau



Chaque proie a une probabilité d'être mangée qui diminue avec la densité de proies

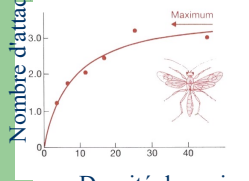
13 9

139

Comportement des prédateurs modélisation

Réponses fonctionnelles

Réponse de type II



Le prédateur utilise un "temps de préhension" incompressible pour consommer une proie ("handling time")

Quand la densité de proies augmente, la probabilité de détection augmente aussi. Le temps de détection diminue donc.

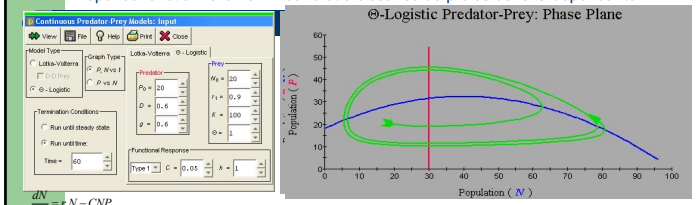
Le temps de préhension occupe une proportion de plus en plus importante du temps total de prédation par proie

14 0

140

La prédation (modèle théta-logistique) type 2 (selon Holling)

- Réponse fonctionnelle non linéaire et croissance de proies densité-dépendante



$$\frac{dN}{dt} = r_1 N - CNP$$

$$\frac{dP}{dt} = -d_2 P + gCNP$$

$$\frac{dN}{dt} = r_1 N\left[1 - \left[\frac{N}{K}\right]^{\theta}\right] - f(N)P$$

$$\frac{dP}{dt} = gP[f(N) - D]$$

r1 est la taux croissance intrinsèque des proies
f(N) : réponse fonctionnelle des prédateurs
f(N) de type 2 : taux de consommation décroissant à mesure qu'augmente la densité de proies (arthropodes)

D : quantité de proies juste nécessaire à remplacement d'un prédateur à la génération suivante

Holling, C. S. 1965. The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation. Mem. Ent. Soc. Can. 45:3-60.

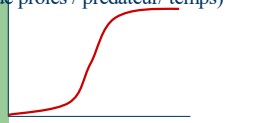
141

Comportement des prédateurs modélisation

Réponses fonctionnelles

Réponse de type III

Taux de prédation
(nb de proies / prédateur/ temps)

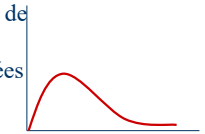


Densité de proies

Hautes densités: comme type II

Faibles densités: l'efficacité de prédation augmente avec la densité des proies

Proportion de proies consommées



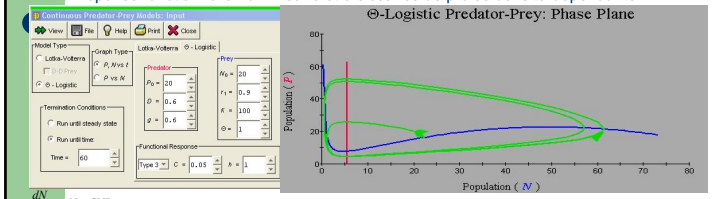
Densité de proies

14
2

142

La prédation (modèle théta-logistique) type 3 (selon Holling)

- Réponse fonctionnelle non linéaire et croissance de proies densité-dépendante



$$\frac{dN}{dt} = r_1 N - CNP$$

$$\frac{dP}{dt} = -d_2 P + gCNP$$

$$\frac{dN}{dt} = r_1 N\left[1 - \left[\frac{N}{K}\right]^{\theta}\right] - f(N)P$$

$$\frac{dP}{dt} = gP[f(N) - D]$$

r1 est la taux croissance intrinsèque des proies
f(N) : réponse fonctionnelle des prédateurs
f(N) de type 3 : courbe en S (vertébrés, insectes parasites)

D : quantité de proies juste nécessaire à remplacement d'un prédateur à la génération suivante

Holling, C. S. 1965. The functional response of predators to prey density and its role in mimicry and population regulation. Mem. Ent. Soc. Can. 45:3-60.

14
3

143

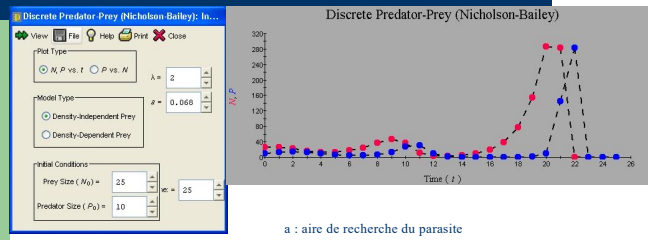
Et si c'est un modèle discret ?

144

144

La prédation (modèle discret)

- Modèle de Nicholson et Bailey (hôte-parasite)



a : aire de recherche du parasite

$$N_{t+1} = \lambda N_t \exp^{(-aP_t)}$$

Système instable

$$P_{t+1} = N_t\left[1 - \exp^{(-aP_t)}\right]$$

145

145